Hardver II.

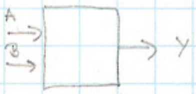
Keresztes Péter

(előadás)

Sümegi Adrienn
IV. évf.
I. félév

Logikai algebra

- 2 állapotuk van (I v. H)
- Boole nevéhez fűződik
- vannak alapállítások, amelyek jellemzik az algebrai teret.
- Boole készített egy fekete dobozt, amelynek 2 bemenete van és 1 db kimenete



Leképezzük az A, B független változót az Y függő változóra.
↓
16 különféle verzió lesz (2^4)

A	B	Y_0	Y_{15}
0	0	0	1
0	1	0	1
1	0	0	1
1	1	0	1

ÉS fgv:

A	B	Y_8 (és fgv)	Y_{10} (A fgv)	Y_5 (¬B fgv)	Y_{14} (i or fgv)	Y_6 (XOR)
0	0	0	0	1	0	0
0	1	0	0	0	1	1
1	0	0	1	1	1	1
1	1	1	1	0	1	0

ÉS, VAGY kapcsolatok
↳ i or → inclusive or → megengedő „vagy"

vagy: • autó ajtaja és a világítás
a hétköznapi értelembe vett „vagy" (alma vagy körte ...)

XOR → kizáró vagy
• van gyakorlati haszna → váltókapcsoló, folyosói világítás
• nem hétköznapi értelembe vett „vagy" (ha egyik sincs ⇒ nem jó)

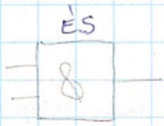
NAND → nem és

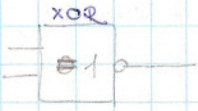
Y_7
1
1
1
0

NOR

Y_1
1
0
0
0

EQVIVALENCIA : egyformaság művelete



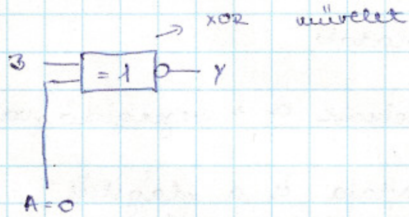


↳ ennek az ellentettje a XOR.

inverzió
↳ kifejezi az inverziót a karika ⇒ jól követhető a használat az ábra alapján

- Boole megalkotta ⇒ jól használható, de 3 bemenet esetén már több művelet definiálható ismétlés nélkül
- n bemenet esetén 2^{2^n} művelet használható
- ÉS : akkor 1 a kimenet, ha mind a 3 bemenet 1
- VAGY : kimenete csak akkor 0, ha minden bemenet 0.

A	B	Y_{XOR}
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	0



ha A=0 fixen, Y B-vel egyenlő

ha A=1 fixen, Y ¬B-vel egyenlő

- így a kapu: az egyik lábat részben tartva vagy a változó, vagy a változó negáltja halad át kardver II.

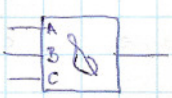
- 3 változó esetén

A	B	C	Y
0	0	0	0
0	0	1	0
0	1	0	0
0	1	1	1
1	0	0	0
1	0	1	1
1	1	0	1
1	1	1	1

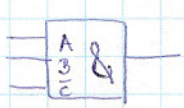
⇒ se nem ÉS, se nem VAGY

Algoritmus ez olyan logikai fgvt, amely szavazógép. Akkor van megszavazva, ha min. 2-en megszavazzák

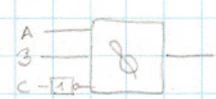
- ha csak az utolsó sor 1, a többi ∅ ⇒ 3 bemenetű „ÉS" kapu lenne



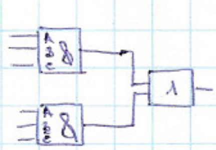
- ha az utolsó előtti sor 1, a többi ∅ ⇒ nem ÉS kapu



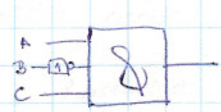
ez 'ÉS' kapu



- ha az utolsó két sor 1, a többi ∅ ⇒ kapcsoljuk össze a két kaput 'VAGY'-gyal.

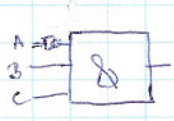


- ha az alsó harmadik is 1-es.



'VAGY'-gyal az előzőhöz kapcsoljuk

-



Fgv formában:

$$Y = (A\cdot B\cdot C) + (\bar{A}\cdot B\cdot C) + (A\cdot \bar{B}\cdot C) + (A\cdot B\cdot \bar{C})$$

$$Y = (A\cdot B\cdot C) + (\bar{A}\cdot B\cdot C) + (A\cdot \bar{B}\cdot C) + (A\cdot B\cdot \bar{C}) + (A\cdot B\cdot C) + (A\cdot B\cdot C)$$

emeljük ki az alábbiakat

• $\underbrace{(A+\bar{A})}_{1}\cdot B\cdot C = B\cdot C$

állandóan 1-es, így ez a fgv egyenlő $B\cdot C$.

• $(B+\bar{B})\cdot A\cdot C = A\cdot C$

~ $(C+\bar{C})\cdot A\cdot B = A\cdot B$

$Y = B\cdot C + A\cdot C + A\cdot B$

Megnézzük, hogy B és C v. A és C v. A és B egyszerre 1'-e.

- egyszerűsítés: azokat lehet, amelyek egy változóban térnek el

			B	
	0 (000)	0 (001)	1 (011)	0 (010)
A	0 (100)	1 (101)	1 (111)	1 (110)
		C		

→ 1 változóban különbözik ⇒ egy változó megvan benne ponálva és negálva, így a C nem lesz benne ⇒ $A\cdot B$

↳ A az alsó cellában 1, a felsőben ∅

A szomszédos csak egy változóban különböznek egymástól.

→ A B-ben különbözik ⇒ $A\cdot C$

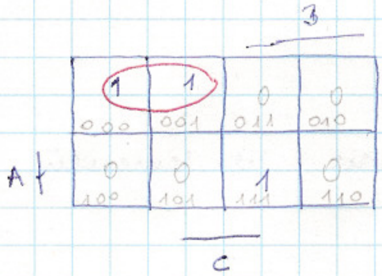
→ A és $\bar{A}$ van benne ⇒ egyszerűsíthető ⇒ $B\cdot C$

- cél, minél nagyobb karikával fedjük le, ne kettessel.

- négyváltozós, ha az előző táblázatot tükrözzük, ötváltozós, ha a így kapottat megint tükrözzük.

- ha nem lehet egyszerűsíteni ⇒ peremezni kell ⇒ ki kell írni az egyeseket, és az 'ő vagy' kapcsolatuk dönti el a kimenetet.

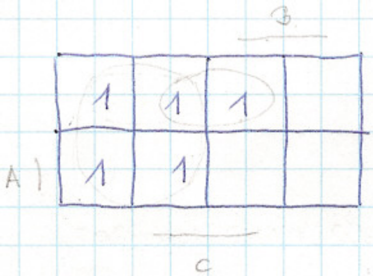
– és a megvalósítási formula a diszjunktív, ha a ∅-kat valósítjuk meg, az a konjunktív megvalósítási forma.



egyszerűsített

$Y = ?\ (\bar{A}\cdot\bar{B}) + (A\cdot B\cdot C)$

$Y = (\bar{A}\cdot\bar{B}\cdot\bar{C}) + (\bar{A}\cdot\bar{B}\cdot C) + (A\cdot B\cdot C)$



$Y = (\bar{A}\cdot C) + \bar{B}$

Egyenlű áramkör:

1) $\overline{A+B} = \bar{A}\cdot\bar{B}$

2) $\overline{A\cdot B} = \bar{A}+\bar{B}$

} de Morgan azonosságok

Biz.:

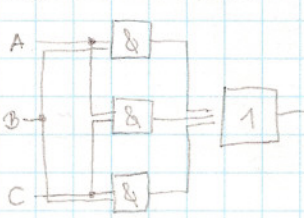
pl.:

A ∅ 1 } ①   ∅ 1 } ①
B ∅ 1   ∅ 1

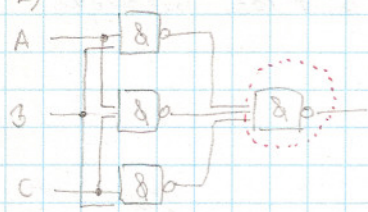
A ∅ } 1 1 → ∅   ∅ } 1 megfordul → ∅
B 1 } ∅   1 } ∅

A 1 1 → ∅   1 0 → ∅
B 1   1 0

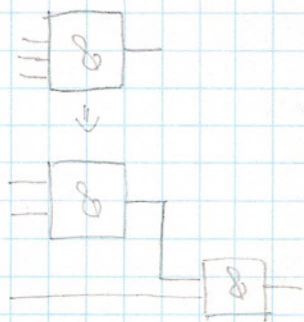
Eredeti probléma megvalósítása:

1) 

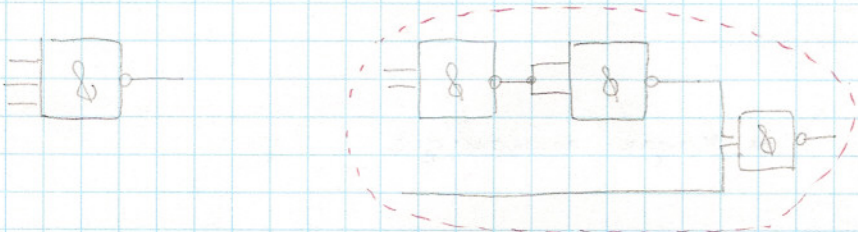
2)



- hogyan lehet ezeket a műveleteket két bemenetű NAND kapukkal megvalósítani?



ez nem működik NAND kapukkal



A NAND kapuból invertert kapunk.

• ha az első helyett a másodikat használjuk ⇒ egyszerűsíthetjük az áramköröket → 6 db NAND kaput használunk fel.