5. előadás

Logikai fgv-ek, diszjunktív és konjunktív normál formák

Ha egy x változó 1 és 0 értéket vehet fel, akkor x bináris v. logikai változó.

Ha egy y változó értéke az x logikai változó értékétől függ, akkor x és y megfelelő értékpárjai egy logikai fgv-t definiálnak.

jelölése:

$$y = f(x)$$

N változós log fgv: $y = F(x_1, x_2, \dots x_n)$

Ezen fgv-eket megadhatjuk táblázattal, képlettel, hozzárendelési utasítással.

N változónak 2^n lehetséges értékkombinációja van. Mindegyikhez 2 log fgv-érték tartozik ⇒ képezhető log. fgv-ek száma 2^{2^n}

Két változó esetén 16 log fgv képezhető.

A legfontosabbak közülük: AND, OR, XOR, NOR, NAND, ekvivalencia ($\neg$XOR)

x_1	x_2	AND	OR	XOR	NAND	NOR
0	0	0	0	0	1	1
0	1	0	1	1	1	0
1	0	0	1	1	1	0
1	1	1	1	0	0	0

Digitális technikában általában a feladatokat fgv táblázattal adjuk meg.

Áramkörök kialakítása:

- felírni a log. kapcsolatokat táblázat formájában
- táblázatból meg kell alkotni a log. fgv-eket
- a fgv-eket valamilyen módszerrel a legegyszerűbb alakra hozni
- létrehozni a kívánt kapcsolatot

Log. fgv-ek létrehozása:

- fgv. analitikus (képlettel megadott) alakját akkor kapjuk, ha a független log. változókat véges számú log. művelettel kapcsoltuk össze. (konjunkció, diszjunkció, negáció)

Diszjunktív normál alak:

- minden konjunkciós tényező vagy egy változó, vagy egy változó negáltja és minden diszjunkciós tagban minden változó szerepel.
- minden változó egy konjunkcióban pontosan egyszer szerepel.
- nincs két olyan diszjunkciós tag, amelyben csak a változók sorrendje különbözik.

$$F(x_1, x_2) = (\neg x_1 * \neg x_2) + (x_1 * \neg x_2)$$

x_1	x_2	OR
0	0	1*
0	1	0
1	0	1*
1	1	0

* ahol hamis az érték, azt negálva vesszük

x_1	x_2	x_3	Y_d
0	0	0	1 *
0	0	1	0 *
0	1	0	0 *
0	1	1	1 *
1	0	0	1 *
1	0	1	0 *
1	1	0	1 *
1	1	1	1 *

$$Y_d = (\overline{x_1}\cdot\overline{x_2}\cdot\overline{x_3}) + (\overline{x_1}\cdot x_2\cdot x_3) + (x_1\cdot\overline{x_2}\cdot x_3) + (x_1\cdot x_2\cdot\overline{x_3}) +$$
$$+ (x_1\cdot x_2\cdot x_3)$$

Konjunktív normál alak:

- ha minden disjunkciós tag egy változó, ill. egy változó negáltja és minden konjunkciós tényező-ben minden változó szerepel.
- minden változó egy disjunkciós tagban pontosan egyszer szerepel.
- nincs két olyan konjunkciós tényező, amelyben csak a változók sorrendje különbözik.

x_1	x_2	AND
0	0	1
0	1	0*
1	0	1
1	1	0*

$$F(x_1,x_2) = (x_1 + \neg x_2)\cdot(\neg x_1 + \neg x_2)$$

$$Y_k = (x_1 + x_2 + \overline{x_3})\cdot(x_1 + \overline{x_2} + x_3)\cdot(\overline{x_1} + x_2 + \overline{x_3})$$

$$Y_k = (x_1 + \overline{x_2}) * (\neg x_1 + \neg x_2)$$

$$Y_d = (\overline{x_1}\cdot\overline{x_2}) + (x_1\cdot\overline{x_2}) = \overline{x_2}\,(\overline{x_1} + x_1) = \overline{x_2}$$

$$Y_k = \overline{\overline{(x_1 + \overline{x_2}) * (\neg x_1 + \neg x_2)}} = \overline{(x_1 + \overline{x_2})} + \overline{(\overline{x_1} + \overline{x_2})} =$$
$$= \overline{(\overline{x_1}\,x_2) + (x_1 x_2)} = \overline{x_2\,(\overline{x_1} + x_1)} = \overline{x_2}$$

35

Fgv-ek egyszerűsítése:

Karnaugh - tábla

- egyszerűsíthetünk: algebrai, grafikus, numerikus eljárásokkal

- ha viszonylag kevés változónk van, akkor alkalmazzuk a Karnaugh-táblát. (log. változók száma < 5). Ez egy grafikus eljárás.

Két változóra

x_2 \ x_1	$\neg x_1$	x_1
$\neg x_2$	$\neg x_1 \cdot \neg x_2$	$x_1 \cdot \neg x_2$
x_2	$\neg x_1 \cdot x_2$	$x_1 \cdot x_2$

Ez egy disjunktív normál forma.

x_2 \ x_1	0	1
0	1	1
1	0	0

x_3 \ x_1,x_2	00	01	11	10
0	1	0	1	1
1	0	1	1	0

egyszerűsítés

1. csop

3. csop

2. csop

Y_d = 1. csop + 2. csop + 3. csop.

x_3, x_4 \ x_1, x_2	00	01	11	10
00	1			
01	1			
11	1			
10	1			

$\overline{x_1} \cdot \overline{x_2}$

A K.-táblában egyszerűsíthetjük:

- egymás melletti cellákat
- egész sorokat, oszlopokat
- több cellából álló négyzetet
- tábla két szélső celláját

1\. csop: $x_1 \cdot x_2 \cdot \overline{x_3} + x_1 \cdot \overline{x_2} \cdot \overline{x_3} = x_1 \cdot \overline{x_3} \, (x_2 + \overline{x_2}) = x_1 \cdot \overline{x_3}$

2\. csop: $x_2 \cdot x_3$

3\. csop: $\overline{x_3} \cdot \overline{x_2}$

$1+2+3$. csop $= x_1 \cdot \overline{x_3} + x_2 \cdot x_3 + \overline{x_3} \cdot \overline{x_2}$