

# I. rész

- Határozza meg a valós számok halmazának azt a legbővebb részhalmazát, ahol értelmezhető a következő függvény:  $f(x) = \lg \operatorname{tg} \frac{\pi x}{6}$ . (3 pont)
- Mit állíthatunk arról a két  $X$ -szel és  $Y$ -nal jelölt halmazról, amelyekre fennáll, hogy  $X \setminus Y = \emptyset$ ? (2 pont)
- Mekkora osztálylétszám mellett mondhatjuk biztosan, hogy van az osztályban négy olyan ember, akinek ugyanabban a hónapban van a születésnapja? (3 pont)
- Egy téglalap alakú sportpálya oldalai 50 m és 110 m hosszúak. A gyep alá öntöttetű rendszert telepítettünk. A csövek a pálya alatt, annak átlói mentén haladnak. A rendszer működés közben a csőrendszeren keresztül, a cső mentén méterenként 1 liter vizet locsol óránként. Az öntözővíz ára 130 forint köbméterenként. Mekkora vízszámlára számítsunk, ha egy héten keresztül folyamatosan üzemeltetjük a rendszert? (3 pont)
- Van-e olyan pozitív  $p$  prímszám, amire  $p + 7$  is prím? Válaszát indokolja! (2 pont)
- Hol veszi fel a maximumát a következő függvény? Mennyi ez a maximális érték?  
 $f : [0, 4] \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = |x^2 - 4x - 5|$ . (4 pont)
- 2004 januárjában egy bankba elhelyeztük megtakarított pénzünket, 1 000 000 forintot 9%-os évi kamat mellett. Két év múlva a bank 7%-ra csökkentette a kamatot. Újabb 3 év elteltével bankunk 5%-ra akarta csökkenteni a befektetett pénzünkre vonatkozó kamatlábát, ezért még mielőtt életbe léptek volna az új kamatok, kivettük a számlánkon összegyűlt pénzt. Összesen hány százalékkal gyarapodott pénzünk az eltelt 5 év alatt? 2004 januárjában a dollár árfolyama 230 forint volt, öt év elteltével pedig 320 forint. 2004 januárjában vagy 2009-ben tudunk több dollárt vásárolni a pénzünkből?(4 pont)
- Oldja meg az alábbi egyenletet a valós számok halmazán:  $x^4 - 4x^2 + 3 = 0$ . (3 pont)
- Melyik állítás igaz? (2 pont)
  - Ha egy deltoid téglalap, akkor négyzet is.
  - Minden húrtrapéz érintőnégyyszög.

# I. rész

1. Adjunk meg három olyan pozitív egész számot, amelyek közül bármelyik kettőnek van egynél nagyobb közös osztója, de a három szám legnagyobb közös osztója 1. (3 pont)

2. Határozza meg a következő halmazokat!

$$A = \{\text{deltoidok}\} \cap \{\text{téglalapok}\}; \quad B = \{\text{hármegszögek}\} \cup \{\text{négyzetek}\} \quad (2 \text{ pont})$$

3. Rajta van-e az  $e$  és  $f$  egyenesek metszéspontja a  $g$  egyenesen, ha az egyenesek egyenletei:  $e: 3x - 4y = 7$ ;  $f: x + y = 6$ ;  $g: 7x - 21y = -1$ . (3 pont)

4. Három alföldi város egymástól mért távolságai: 34 km, 45 km és 27 km. A három város közösen egy TV-átjátszó állomást építtet úgy, hogy az állomás mindhárom város-tól azonos távolságra legyen. Mekkora hatósugarúnak kell lennie az átjátszó-berendezésnek ahhoz, hogy elláthassa feladatát? (3 pont)

5. Egy urnában 4 fekete és 3 piros golyó van. Egymás után kihúzunk kettőt visszatevés nélkül. Mennyi a valószínűsége annak, hogy a kihúzott golyók ugyanolyan színűek? (3 pont)

6. Hány egész számot tartalmaznak az alábbi halmazok? (3 pont)

$$A = [-3, 5]; \quad 4[ \cap [-7; 4]; \quad B = ]8; 17, 2[ \cup [9; 11[.$$

7. Anna nyakláncot fűz a gyöngyeiből. A lánc elkészítéséhez 7 különböző színű gyöngyöt szeretne felhasználni. Hány különböző láncot tud készíteni? (Két láncot azonosnak tekintünk ha a két láncban minden gyöngyszemnek ugyanolyan színű a jobb és bal oldali szomszédja.) (3 pont)

8. Gyöktelenítse a törtek nevezőjét!

$$\text{a) } \frac{5}{\sqrt{7 + \sqrt{2}}}; \quad \text{b) } \frac{6}{\sqrt[3]{3}}; \quad (4 \text{ pont})$$

9. Hány állítás igaz a következők közül? (4 pont)

a) Két irracionális szám hányadosa irracionális.

b) Két irracionális szám összege irracionális.

c) Egy 0-tól különböző racionális és egy irracionális szám szorzata irracionális.