

# I. rész

1. Mennyi  $\log_{0,25} \sqrt{8}$  értéke? (2 pont)
2. Adjon meg két olyan halmazt, amelyek metszete véges elemszámú, uniója pedig végtelen! (2 pont)
3. Hány háromjegyű számot képezhetünk az 1, 2, 3, 5 számjegyekből, ha nem engedjük meg az ismétlődést? (3 pont)
4. Egy számtani sorozat második és hatodik elemének összege 15. Lehet-e a sorozat minden eleme egész szám? (3 pont)
5. Bizonyítsuk be, hogy négy egymást követő pozitív egész szám szorzata osztható 24-gyel! (3 pont)
6. Egy torony lábától 200 m távolságban állunk egy sík területen, a torony tetején lévő kilátóban vannak a barátaink. Az idő tiszta, felkiabálunk nekik. Mennyi idő múlva hallják meg a kiáltásunkat, ha a torony teteje  $32^\circ 10'$  emelkedési szög alatt látszik?  
(A hang terjedési sebessége  $330 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ ) (4 pont)
7. Állapítsa meg a következő függvények periódusát (az értelmezési tartományuk a valós számok halmazának az a legbővebb részhalmaza, amelyre értelmezhetők)! (2-2 pont)
- a)  $f(x) = \sin \frac{\pi x}{7}$     b)  $g(x) = \frac{\text{tg} 3x}{5}$ .
8. Egy csomag magyar kártyából kihúzzunk három lapot. Mennyi a valószínűsége annak, hogy mindhárom kihúzott lap piros? (3 pont)
9. Egyszerűsítse a következő törtet:  $\frac{a^2 - a - 2}{2a^2 - 10a + 12}$ . (3 pont)
10. 1470 forintot akarunk kifizetni barátunknak 20 és 50 forintos érmékben úgy, hogy mindegyik fajtából ugyanannyit adjunk. Megoldható ez? (3 pont)

# I. rész

1. A valós számok halmazának mi az a legbővebb részhalmaza, ahol értelmezhető a következő függvény?  $f(x) = \lg \frac{x-3}{x+1}$  (3 pont)

2. Oldja meg az alábbi egyenletet a valós számok halmazán  $2^{x^2+x} = 1$ . (3 pont)

3. Melyik szám a nagyobb  $13452_6$  vagy  $5673_8$ ? (Az indexben szereplő szám a számrendszer alapja.) (3 pont)

4. Rendezze növekvő sorrendbe az alábbi számokat!

$$A = \log_3 \frac{9}{\sqrt{3}}; B = \cos \frac{11}{6}\pi; C = \left(\frac{1}{4}\right)^{-\sin \frac{\pi}{6}}$$
 (3 pont)

5. Van-e olyan 5 főből álló társaság, ahol a társaság tagjainak rendre 1, 1, 2, 3, 4 ismerőse van a társaságon belül? (Tegyük fel, hogy az ismeretségek kölcsönösek.) (2 pont)

6. Oldja meg az alábbi egyenletet az egész számok halmazán! (3 pont)

$$\sqrt[3]{x-4} + 8 = 0$$

7. Egy apa és fia életkorának összege 51 év. 21 év múlva az apa éppen kétszer annyi idős lesz, mint a fia. Hány éves volt az apa, amikor megszületett a fiú? (3 pont)

8. Legyenek adottak a következő halmazok:  $A = \{-1, 1, 3, 5, 7\}$ ,  $B = \{2, 0, 1, -1\}$ ,  $C = \{3, 0\}$ . Határozzuk meg az alábbi halmazokat!

a)  $(B \setminus A) \cup C$ , b)  $(A \cup B) \setminus C$  (3 pont)

9. Egy csomag francia kártyából kiveszünk két lapot, a pakli tetején és alján lévő lapokat. A felsőt a mellényzsebünkbe, az alsót a kabátunk zsebébe tettük. Másnap megtaláljuk őket és látjuk, hogy azonos a színük. Ezen információk birtokában mennyi a valószínűsége annak, hogy a lapok mindegyike „számozott” lap (azaz egyik sem bubi, dáma, király vagy ász)? (3 pont)

10. Egy derékszögű háromszög befogóinak hossza 1 és  $\sqrt{2}$ , a háromszög legkisebb szöge  $\alpha$ . Mennyi a  $\cos 4\alpha$  pontos értéke? (4 pont)