1999

Írásbeli érettségi-felvételi feladatok (1999. május 25. du.)

1. Oldja meg a valós számok halmazán az

$$\frac{1}{x^2-9}-\frac{1}{3-x}=\frac{48}{(x-3)(x+38)}$$

egyenletet! (9 pont)

2. Egy paralelogramma átlóinak hossza 30 egység és 16 egység, területe 240 területegység. Mekkorák a paralelogramma oldalai és szögei? (11 pont)

3. Írja fel annak a körnek az egyenletét, amelyik az y tengelyt a $(0;1)$ pontban metszi, és érinti az $y=x+3$ és az $y=x-1$ egyenletű egyeneseket! (12 pont)

4. Határozza meg az

$$f(x)=\sqrt{\frac{6+x-x^2}{x+5}}+\sqrt{2-x}$$

függvény legbővebb értelmezési tartományát a valós számok halmazán! (12 pont)

5. Oldja meg a valós számok halmazán a

$$\sin 2x(\cos x+1)+\sin x(\cos 2x-5)=0$$

egyenletet! (13 pont)

6. Egy számtani sorozat első tagja pozitív. Ha 3-mal megnöveljük a sorozat differenciáját, és az első tagot változatlanul hagyjuk, akkor az első n tag összege az előző sorozat első n tagja összegének kétszerese lesz. Ha az első tagot szorozzuk 4-gyel, és a differenciát nem változtatjuk, akkor az első n tag összege ugyancsak megduplázódik. Mennyi az eredeti sorozat differenciája? (13 pont)

7. Az $f(x)=x^2+2x+p^3+3p^2+2p$ másodfokú függvénynek két különböző zérushelye van. Határozza meg a p paraméter értékét úgy, hogy a zérushelyek szorzata az f függvény 0 helyen felvett értékének négyzetével legyen egyenlő! (15 pont)

8. Egy 5 egység sugarú kör AB ívéhez tartozó 30°-os kerületi szög P csúcspontja mozog a körön. Mekkora a $PA+PB$ maximális értéke? (15 pont)

Írásbeli érettségi-felvételi feladatok (1999. május 26. de.)

9. Egy kétjegyű számot osszunk el számjegyeinek szorzatával, hányadosul ötöt, maradékul kettőt kapunk. Ha a kétjegyű számból kivonjuk a számjegyek felcserélésével kapott számot, a különbség 45 lesz. Melyik ez a kétjegyű szám? (10 pont)

10. Írja fel annak a számtani sorozatnak az első öt tagját, amelynek első tagja 1, és az első öt tag összege negyedrésze a következő öt tag összegének? (11 pont)

11. Adja meg azokat a $[0;\pi]$ intervallumba eső x értékeket, amelyek kielégítik a következő egyenletet:

$$8\cos 2x + 7\cos^2 x = 5\sin x + \frac{27}{4}.$$ (11 pont)

12. Melyek azok a $C(2;1)$ középpontú, 2 egység sugarú kör belsejében lévő pontok, amelyek koordinátái a következő egyenletrendszer gyökei?

$$3^x + 3^{y-\frac{1}{2}} = 4, \qquad (2x-y)^2 = \frac{9}{4}.$$ (13 pont)

13. Milyen p valós szám esetén van pontosan egy megoldása a $(2+\log_2 p)x^2 + (6\log_2 p)x + 4\log_2 p + 1 = 0$ egyenletnek? (13 pont)

14. Két egymást nem metsző kör középpontjainak távolsága 12. A közös belső érintő szakaszuk hossza $4\sqrt{3}$, a közös külső érintőszakaszok hossza $2\sqrt{35}$. Számítsa ki a körök sugarát! (13 pont)

15. Egy téglalap területe egyenlő a szögfelezői által határolt négyszög területével. Mekkora a téglalap átlóinak hajlásszöge? (14 pont)

16. Határozza meg a $4x-3y+8z$ kifejezés legkisebb és legnagyobb értékét, ha az x, y, z olyan nemnegatív számok, amelyekre teljesülnek az alábbi egyenlőségek:

$$4x + y + 4z = 3 \qquad \text{és} \qquad 3x + 6y - 4z = 4.$$ (15 pont)

Pótírásbeli érettségi–felvételi

Első sorozat (1999. június 14. de.)

17.. Oldja meg a valós számpárok halmazán az alábbi egyenletrendszert:

$$\frac{3}{x+y}+\frac{2}{x-y}=4$$
$$\frac{2}{x+y}-\frac{4}{x-y}=8.(10\ pont)$$

18. Mennyi az 1000-nél nem nagyobb, 13-mal nem osztható pozitív egész számok összege? (11 pont)

19. Az $ABCD$ konvex négyszög oldalfelező pontjai egy téglalap csúcspontjai. A téglalap oldalai 3 és 5 egység hosszúságúak. Mekkora a négyszög területe? (12 pont)

20. Mely valós számok tesznek eleget a

$$10\lg\sqrt{2}+7\lg(\cos x)+3\lg(\sin x)=13\lg(\operatorname{tg} x)$$

egyenletnek? (12 pont)

21. Az $x^2+y^2-4x+2y+1=0$ egyenletű körrel koncentrikus, a koordináta-rendszer origóját belsejében tartalmazó k körnek a koordináta-tengelyekkel való metszéspontjai egy olyan négyszöget határoznak meg, amelynek a területe $6\sqrt{6}$ területegység. Írja fel a k kör egyenletét! (13 pont)

22. Az ABC egyenlő szárú háromszög alapja 27 egység, beírt körének sugara 9 egység. Mekkora annak a körnek a sugara, amely érinti a beírt kört és a háromszög szárait? (13 pont)

23. Anna két évre p%-os évi kamatra pénzt ad kölcsön. Kata megkérdezi tőle, hogy mekkora a p. Anna válasza: ,,ha 11%-kal kevesebb kamatot kértem volna, akkor 21%-kal több pénzt kellett volna kölcsönadnom, hogy két év múlva ugyanakkora összeget kapjak vissza, mint a jelenlegi feltételek mellett". Számítsa ki p értékét! (14 pont)

24. Oldja meg a valós számok halmazán az

$$\log_x(2x)\le\sqrt{\log_x(2x^3)}$$

egyenlőtlenséget! (15 pont)

Második sorozat (1999. június 14. du.)

25. Oldja meg a valós számpárok halmazán az

$$x + y = b, \qquad ax + 2y = 0$$

egyenletrendszert, amelyben a és b valós paraméterek! (9 pont)

26. Mely valós x-ekre teljesül, hogy

$$x + \sqrt{6 + \sqrt{x^2}} = 0?(11\ pont)$$

27. Egy háromszög a, b, c oldalai között fennáll az

$$\frac{1}{a+b} + \frac{1}{b-c} = \frac{3}{a+b-c}$$

egyenlőség. Mekkora a b oldallal szemközti szög? (12 pont)

28. Adja meg, hogy a valós számok mely legtágabb részhalmazán értelmezhetők az alábbi kifejezések. Melyik veszi fel az 1 értéket, és mely x értékekre?

$$a(x) = \log_x x^2, \qquad b(x) = \log_2 x^2, \qquad c(x) = \log_{|x|} 2.$$ (12 pont)

29. Oldja meg a valós számok halmazán a következő egyenletet:

$$\sin x + \sin 2x = \operatorname{tg} x.$$ (13 pont)

30. A derékszögű koordináta-rendszerben az ABC háromszög A csúcsa az origóban, B csúcsa az x tengelyen, C csúcsa pedig a $3x - 2y = 0$ egyenletű egyenesen van; a BC oldal felezőpontja $P(11; 6)$. Számítsa ki a B és C csúcsok koordinátáit, és írja fel a háromszög köré írt kör egyenletét! (13 pont)

31. Az $ABCD$ tetraéderben $DAC\angle = 30°$, $DAB\angle = 45°$ és $AD = DB = DC = BC = 1$. Számítsa ki a tetraéder felszínét és térfogatát! (15 pont)

32. Mely p prímszámokra teljesül, hogy 360 osztója a

$$p^4 - 5p^2 + 4$$

kifejezésnek? (15 pont)

Harmadik sorozat (1999. június 14. du.)

33. Oldja meg az alábbi egyenletrendszert a valós számpárok halmazán:

$$\begin{aligned} \lg(-x) + \lg(-y) &= \lg 2 \\ x^2 + y^2 &= 5. \end{aligned}$$

(13 pont)

34. Írja fel az $x^2+y^2 = 5$ egyenletű kör $x+2y-8 = 0$ egyenesre merőleges érintőinek egyenletét, és adja meg az érintési pontok koordinátáit! (11 pont)

35. Adja meg a valós számoknak azt a legbővebb részhalmazát, amelyen az alábbi kifejezések értelmezhetők!

$a)$ $\sqrt{5x - x^2}$, $b)$ $\sqrt{\log_{0,1}(x - 0{,}1)}$, $c)$ $\dfrac{\operatorname{tg}(x + 1)}{\sin(x + 1)}$. (12 pont)

36. Egy háromszög oldalai 16 cm, 30 cm és 34 cm. A csúcsok köré köröket írunk úgy, hogy a három kör kívülről érintse egymást. Mekkora a három kör közé – a háromszög belsejébe eső – zárt síkidom kerülete és területe? (13 pont)

37. Egy erdő faállománya az év elején 32 000 m^3, ami évi 2%-kal nő. Mennyit vághatunk ki belőle évente az év végén, minden évben ugyanannyit, ha azt akarjuk, hogy a 30. év végén 40 000 m^3 legyen a faállomány? (13 pont)

38. Igazolja (közelítő értékek felhasználása nélkül), hogy ha α és β hegyesszögekre

$$\operatorname{ctg}\alpha = 7 \qquad \text{és} \qquad \cos\beta = \frac{3}{\sqrt{10}},$$

akkor

$$\alpha + 2\beta = \frac{\pi}{4}.$$

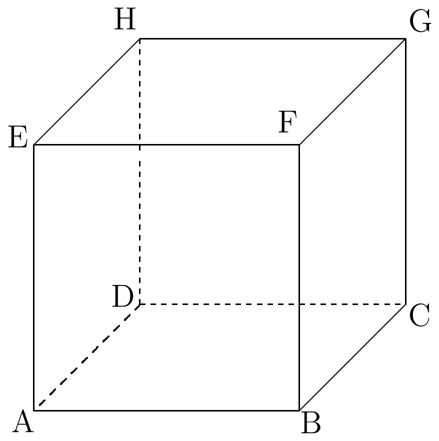
(13 pont)

39. Mely x és y egész számok elégítik ki az alábbi egyenletet?

$$\left|\frac{x^2 + y^2}{x + y}\right| = 4.$$

(14 pont)

40. Egy kocka csúcsai legyenek a *99.40. ábra* alapján A, B, C, D, E, F, G és H. Mekkorák az $ABCH$ tetraéder lapszögei? (15 pont)



Műszaki tanári szakra jelentkezők írásbeli felvételi feladatai

Első sorozat (1999. június 11. 9 óra)

41. Oldja meg a valós számok halmazán a következő egyenletet:

$$1 - \frac{x}{1-x} = \frac{5}{5+x}.$$ (13 pont)

42. A $3\lg^2 x + a\lg x = b$ egyenletnek egyetlen (valós) gyöke van, az $x = 10$. Határozza meg az a és b valós paraméterek értékét! (14 pont)

43. Egy számtani sorozat három szomszédos elemének összege egyenlő a három elem szorzatával. A sorozat differenciája $\frac{13}{3}$. Írja fel a három elemet, majd a rákövetkező három elemet! (16 pont)

44. Egy 4 cm oldalú szabályos háromszög alapú gúla oldallapjai egyenlő szárú háromszögek, amelyekben a szárak hajlásszögei 36°-osak. Mekkora a gúla felszíne és térfogata? (18 pont)

45. Egy háromszög kerülete 112, egyik oldala 47. A három oldal négyzetének összege 4334. Mekkorák a háromszög oldalai és szögei? (19 pont)

46. Adott az $A(4;1)$ pont és a $K(12;7)$ középpontú, $r=5$ sugarú kör. A K ponton áthaladó és az AK egyenesre merőleges egyenes a kört a B és C pontokban metszi. Számítsa ki a B és C pontok koordinátáit és az ABC háromszög területét! (20 pont)

Második sorozat

47. Egy 13 cm sugarú körben húzzunk meg egy 25 cm hosszú húrt. Tekintsük ennek a húrnak egy olyan P pontját, amelyik a kör középpontjától 5 cm távolságra van. Mekkora részekre osztja ez a P pont a húrt? (13 pont)

48. Van 18 pénzdarabom, csak 20 Ft-os és 50 Ft-os címletekben. Ha annyi 50 Ft-osom lenne, mint ahány 20 Ft-osom van, és annyi 20 Ft-osom lenne, mint ahány 50 Ft-osom van, akkor kétszer annyi pénzem lenne, mint így. Mennyi pénzem van? (15 pont)

49. Határozza meg azt a négy egymás után következő pozitív páratlan számot, amelyeknek négyzetösszege 48-cal nagyobb az előbbi számok közé eső páros számok négyzetösszegénél! (17 pont)

50. Egy paralelogramma hegyesszögének szögfelezője a szemközti oldalt úgy osztja két részre, hogy a tompaszög felé eső rész 3 cm, a másik rész 8 cm. A tompaszögek csúcsait összekötő átló 10 cm. Számítsa ki a paralelogramma szögeit és területét! (17 pont)

51. Határozza meg a valós számoknak azt a részhalmazát, amelyikre $\frac{x^2-5x+6}{x-1} > 0$. (19 pont)

52. Egy négyzet alapú egyenes gúla alapéle 10 cm, oldalélei 13 cm hosszúak. Mekkora a belőle kifaragható legnagyobb gömb sugara? (19 pont)

A pótírásbeli felvételi feladatai (1999. július 2.)

53. Oldja meg a valós számok halmazán a következő egyenletet:

$$\lg(x+1)+\lg(3-x)=\lg 3+\frac{1}{3}\lg(x-1)^3. \qquad (13 \text{ pont})$$

54. Egy gömb felszíne 196π. Térfogata egyenlő egy egyenes körhenger térfogatával. Mekkora a henger magassága és alapkörének sugara, ha tudjuk, hogy palástjának felszíne egyenlő a gömb felszínével? (15 pont)

55. Egy mértani sorozat három egymás utáni elemének összege 126, szorzata 13 824. Melyik ez a sorozat? (16 pont)

56. Az ABC háromszögben $BC = 10$, az AB oldal és az A csúcsból kiinduló súlyvonal által bezárt szög $50°$, a súlyvonal hossza $s = 2$. Számítsa ki a háromszög oldalait és szögeit! (18 pont)

57. Oldja meg a valós számok legbővebb részhalmazán az alábbi egyenlőtlenséget:

$$\frac{2x^2 - 50}{(x-3)(x-5)} \geq 0. \qquad (18 \text{ pont})$$

58. Az $ABCD$ rombusz átlóinak metszéspontja a koordináta-rendszer kezdőpontja. A rövidebb átló egyik végpontja $D(0;2)$, a rombusz magassága $2\sqrt{3}$. Írja fel a csúcsok koordinátáit és az oldalak egyenletét! (20 pont)

Az ELTE TFK esti tagozatára jelentkezők írásbeli felvételi vizsgájának feladatai (1999. június)

59. Melyik az a legnagyobb természetes szám, amelyiknek minden számjegye különböző, és semelyik három számjegyének összege nem egyenlő 19-cel? (15 pont)

60. Oldja meg a valós számok halmazán a következő egyenletet:

$$\frac{2}{2-x} + \frac{1}{2} = \frac{4}{2x - x^2}. \qquad (15 \text{ pont})$$

61. A 3 és 18 számok közé iktasson két számot úgy, hogy az első három szám egy mértani, az utolsó három szám pedig egy számtani sorozat egymást követő három eleme legyen! (15 pont)

62. Egy háromszög két oldala 8 cm és 15 cm, területe 48 cm^2. Mekkora a háromszög harmadik oldala? (15 pont)

63. Oldja meg a valós számok halmazán a következő egyenletet:

$$\frac{2}{7} \lg x = 1 + \frac{7}{\lg x}. \qquad (15 \text{ pont})$$

64. Igazolja, hogy nincs olyan n egész szám, amelyre az $\frac{n-6}{15}$ és $\frac{n-5}{24}$ kifejezések értéke egyszerre egész szám lenne! (15 pont)