

# 1996

A közgazdaság-tudományi egyetemekre és főiskolákra, valamint a tanárképző főiskolákra felvételizők egységes érettségi-felvételi feladatai

1. Mely valós számpárok elégítik ki a következő egyenletrendszert?

$$\frac{3}{x} - 2y = 1, \quad -2x + \frac{3}{y} = 3. \quad (9 \text{ pont})$$

2. Egy egyenlő szárú háromszög súlyvonalainak a hossza 90, 51, 51. Mekkora a háromszög oldalai és szögei? (11 pont)

3. Mely valós  $x$  számok elégítik ki a következő két egyenletet?

$$a) \frac{9^x}{4^x} + \frac{4^x}{9^x} = \frac{13}{6}, \quad b) \frac{2x^2 + 4}{3x + 2} + \frac{3x + 2}{2x^2 + 4} = \frac{13}{6}. \quad (12 \text{ pont})$$

4. Egy pénzügyintézetbe 1989., 1990. és 1991. január 1-jén 100-100 ezer Ft-ot tett be egy ügyfél. 1994., 1995. és 1996. január 1-jén egyenlő összegeket vett ki, és ezzel betétállománya nullára csökkent. Számítsa ki, hogy mekkora volt a három kivett összeg, ha a kamatláb minden évben 30% volt. (13 pont)

5. Az  $a$  valós paraméter mely értékeire lesz a következő egyenlőtlenség-rendszernek egy valós számpár a megoldása, és ezekre az értékekre mi az egyetlen megoldás?

$$x^2 + y^2 + 2x \leq 1, \quad x - y + a = 0. \quad (13 \text{ pont})$$

6. Az  $ABC$  háromszög csúcsainak koordinátái:  $A(0;9)$ ,  $B(0;0)$ ,  $C(4;0)$ . Határozza meg annak az egyenesnek az egyenletét, amely átmegy a  $P(12;0)$  ponton, és két egyenlő területű részre osztja az  $ABC$  háromszöget! (14 pont)

7. Mutassa meg, hogy a

$$K = \sqrt{5x - 4 - x^2} |\log_2 y| + \frac{|\log_y 2|}{\sqrt{4x - 3 - x^2}}$$

kifejezés értéke nagyobb  $\sqrt[4]{24}$ -nél! (14 pont)

8. Határozza meg azokat az  $a$  és  $b$  egész számokat, amelyekre teljesül, hogy

$$a + b + 20 = ab,$$

és az  $a$ ,  $b$ , 21 hosszúságú szakaszokból háromszög szerkeszthető! (14 pont)

**A tudományegyetemek természettudományi karaira, valamint a műszaki egyetemekre és főiskolákra felvételizők egységes érettségi-felvételi feladatai**

9. Oldja meg a következő egyenletet a valós számok halmazán:

$$2x - 3\sqrt{x} = 2. \quad (9 \text{ pont})$$

10. Az  $ABCD$  paralelogramma  $A$  csúcsánál lévő szög  $30^\circ$ -os. Szerkesszünk a  $BC$ , illetve  $CD$  oldalak fölé kifelé  $BCX$ , illetve  $CDY$  szabályos háromszögeket. Számítsa ki az  $AXY$  háromszög oldalait, ha  $AB = 11,5$  és  $BC = 8\sqrt{3}$ . (11 pont)

11. Mely valós számpárok elégítik ki a következő egyenletrendszer?

$$\begin{aligned} 3 \cdot 4^{x+y} - 5 \cdot 2^{x-y} &= \frac{91}{4}, \\ 5 \cdot 4^{x+y} - 4 \cdot 2^{x-y} &= 39. \end{aligned} \quad (12 \text{ pont})$$

12. Egy egyenes hengert a tengelyével párhuzamos síkkal elmetszünk. A síkmetszet területe 96, a tengelyektől való távolsága 3, a hengerpalást területe  $120\pi$ . Mekkora a henger sugara és magassága? (13 pont)

13. Melyek azok az  $a_1, a_2, \dots, a_n, \dots$  mértani sorozatok, amelyben  $a_1 \neq 0$ , és minden  $n$  pozitív egész számra az  $a_n = \frac{1}{6}(a_{n+2} - a_{n+1})$  egyenlőség érvényes? (13 pont)

14. Egy háromszög két csúcspontja  $A(-3; 0)$ ,  $B(6; -12)$ . A  $C$  csúcspont az  $x^2 + y^2 - 16x - 4y + 43 = 0$  egyenletű körön van. Számítsa ki a  $C$  csúcspont koordinátáit úgy, hogy az így kapott  $ABC$  háromszög területe a lehető legkisebb legyen! (13 pont)

15. A  $b$  befogójú egyenlő szárú derékszögű háromszög tetszőleges  $P$  belső vagy határpontja  $x$ ,  $y$ ,  $z$  távolságra van a háromszög oldalaitól. Mely  $P$  pontokra lesz az  $x + y + z$  összeg minimális, illetve maximális? (14 pont)

16. Oldja meg a valós számok halmazán a következő egyenletet:

$$\operatorname{tg} \left( \frac{\pi}{2} \cos x \right) - \operatorname{ctg} (\pi \sin x) = 0. \quad (15 \text{ pont})$$

### Az érettségi-felvételi pótírásbéli feladatai

17. Két szám összege 1. Az egyik reciprokának kétszeresét hozzáadjuk a másik reciprokának háromszorosához, így tizenkettőt kapunk. Melyik ez a két szám? (8 pont)

18. Mely valós  $x$  értékek elégítik ki a következő egyenletet?

$$\lg 2 + \lg (4^x + 9) = 1 + \lg (2^x + 1). \quad (12 \text{ pont})$$

19. Az  $ABC$  háromszög  $C$  csúcsából induló súlyvonal és magasságvonal a  $C$  csúcsnál lévő szöveget három egyenlő részre osztja. Mekkora a háromszög szögei? (12 pont)

20. Egy négyzet középpontjának a koordinátái  $(7; -4)$ . A középpontból az egyik oldal felezőpontjába mutató vektor koordinátái  $(-10; 4)$ . Írja fel a négyzet csúcsainak a koordinátáit! (13 pont)

21. Öt szám közül az első három egy mértani, az utolsó négy egy számtani sorozat egymást követő eleme. Az utolsó négy szám összege 6, a második és az ötödik szám szorzata  $-18$ . Melyik ez az öt szám? (13 pont)

22. Egy középiskolában két érettségiző osztály volt 1995-ben. Az  $A$  osztály létszáma volt nagyobb, mégpedig a  $B$ -ben végzettek  $p\%$ -ával. Az  $A$  osztályban végzettek  $\frac{3}{5}$ -e, a  $B$  osztályban végzettek  $70\%$ -a felvételizett felsőoktatási intézménybe. Az összes felvételiző a végzettek  $r\%$ -a.

a) Fejezze ki  $r$ -et  $p$  függvényében, ha az osztályok létszáma legalább 24, és 33-nál kisebb!

b) Mekkora ebben az esetben  $r$  legkisebb és legnagyobb értéke? (13 pont)

23. a) Oldja meg a  $0 < x < \frac{\pi}{2}$  számhalmazon a

$$\operatorname{tg} x + \operatorname{tg}^2 x + \operatorname{ctg} x + \operatorname{ctg}^2 x = 4$$

egyenletet!

b) Mely  $(x; y)$  valós számpárok elégítik ki az alábbi egyenletet?

$$[\sin(x - y) + 1] [2 \cos(2x - y) + 1] = 6. \quad (6 + 8 = 14 \text{ pont})$$

24. Mekkora a  $K = x^6 + y^6$  kifejezés legkisebb értéke, ha  $x - y = 1$ ? (15 pont)

### Az érettségi-felvételi pótírásbéli feladatai

25. Egy dobozban piros és kék golyók vannak. Ha a dobozban egy piros golyóval kevesebb lenne, a golyók hetedrésze lenne piros. Ha viszont két kék golyót egy pirosra kicserélnénk, akkor a golyók ötödrésze lenne piros. Hány kék és piros golyó van a dobozban? (9 pont)

26. Egy derékszögű háromszög oldalainak hossza egy számtani sorozat három szomszédos eleme. A háromszög területe  $\frac{27}{8}$ . Mekkora a háromszög oldalai? (11 pont)

27. Az  $ABCD$  négyzet oldalának hossza 1. Számítsa ki annak a körnek a sugarát, amelyik áthalad az  $A$  csúcson, és belső pontjukban érinti a  $BC$  és  $DC$  szakaszokat! Az  $AB$  és az  $AD$  oldalak mekkora szakaszát tartalmazza ez a kör? (12 pont)

28. A  $k_1$  kör egyenlete  $x^2 + y^2 + 6x - 10y + 18 = 0$ . A  $k_2$  köré:  $x^2 + y^2 - 18x - 4y + 84 = 0$ . Az  $x$ -tengely melyik pontjából húzhatók egyenlő hosszúságú érintő szakaszok a két körhöz?(12 pont)

29. Mely valós  $x$  számok elégítik ki az alábbi egyenlőtlenséget?

$$\sqrt{13^x - 5} \leq \sqrt{2(13^x + 12)} - \sqrt{13^x + 5}. \quad (13 \text{ pont})$$

30. Mely valós  $x$  számok elégítik ki a következő egyenletet?

$$6 \sin^2 x + (\sin x) \cos x - \cos^2 x = 2. \quad (13 \text{ pont})$$

31. Legyen

$$F = \log_x \left( 2\sqrt{2 \sin x - \sqrt{2} + \sqrt{y - \operatorname{tg}^2 x}} + 2\sqrt{2 \cos x - \sqrt{2} - \sqrt{y - \operatorname{tg}^2 x}} \right).$$

Mely  $(x, y)$  valós számpárnál veszi föl  $F$  a maximumát és a minimumát? (15 pont)

32. Egy szabályos sokszög köré írható kör középpontját tükrözzük rendre a sokszög oldalaira! Legyen a sokszög területe  $T$ , a tükröképek által meghatározott sokszög területe  $T'$ . Bizonyítsa be, hogy

$$1 \leq \frac{T'}{T} < 4.$$

Mely sokszög esetén lesz  $\frac{T'}{T}$  egész szám? (15 pont)

## A műszaki tanári szakokra pályázók írásbeli felvételi feladatai

### Első sorozat

33. Mely valós  $x$  számok elégítik ki a következő egyenletet:

$$2 - \frac{2x - 1}{1 + x} = \frac{1 + x}{2x - 1}. \quad (14 \text{ pont})$$

34. Határozza meg annak az egyenesnek az egyenletét, amelyik áthalad a  $3x - 4y = 12$  egyenletű egyenesnek a koordináta-rendszer tengelyei közé eső szakasza felezőpontján, és merőleges az adott egyenesre! (14 pont)

35. Van egy olyan szám, amelyet ha a 2; 7; 17 számokhoz hozzáadunk, akkor egy mértani sorozat három szomszédos elemét kapjuk. Írja fel a sorozatnak ezt a három elemét, és határozza meg a sorozat hányadosát! (14 pont)

36. Egy  $b$  oldalú négyzet területe egyenlő egy olyan téglalap területével, amelynek egyik oldala  $\frac{2}{3}$  része a négyzet oldalának. Melyik síkidomnak nagyobb a kerülete, és mennyivel? (18 pont)

37. Rajzolja meg a  $-|1 - x| - |3 + x|$  valós függvény grafikonját a  $-5 \leq x \leq 5$  intervallumban. Határozza meg, melyik az a legnagyobb és legkisebb érték, amit a függvény felvesz, és ezeket hol veszi fel! (20 pont)

38. Egy egyenes hasáb alaplapja olyan egyenlő szárú háromszög, amelynek alapja 10 cm, szárai 13 cm hosszúak. A hasáb felszíne  $300 \text{ cm}^2$ . Mekkora a hasáb magassága és a térfogata? (20 pont)

### Második sorozat

39. A 3,8 cm átmérőjű, 15 cm hosszúságú, henger alakú gyertyát meleg helyen felejtették, és az elolvadt. Mekkora területet borított be egyenletesen a 2 mm vastag olvadék, ha az olvadás során az anyag térfogata 15%-kal csökkent? (15 pont)

40. Mely valós számpárok elégítik ki a következő egyenletrendszer?

$$\begin{aligned} \sqrt{4x + 4} - \sqrt{y + 6} &= 1, \\ \sqrt{x + 1} + 2\sqrt{y + 6} &= 8. \end{aligned} \quad (16 \text{ pont})$$

41. Egy rombusz egyik átlója 26 cm hosszú; a rombuszba 5 cm sugarú kör írható. Mekkora a rombusz oldalai? (16 pont)
42. Határozza meg  $b$  értékét úgy, hogy a  $K = x^2 + bx + 8$  kifejezés legkisebb értéke  $-1$  legyen. Mely  $x$  értékre veszi ezt fel? (17 pont)
43. Egy paralelogramma két oldalának egyenlete  $x - 3y = 0$  és  $3x - y + 8 = 0$ . A metszéspontjukkal szemközi csúcs a  $C(5; 7)$  pont. Írja fel a paralelogramma átlóinak az egyenletét! Határozza meg a többi csúcs koordinátáit! (18 pont)
44. Egy mértani sorozat első eleme és első öt elemének az összege egyaránt  $-1$ . Írja fel ezt az öt elemet! (18 pont)