

# 1997

## Írásbeli érettségi-felvételi feladatok

1. Oldja meg a következő egyenletet a valós számok halmazán:

$$\frac{3 \cdot 2^x - 1}{2 \cdot 2^x - 1} + \frac{2 \cdot 2^x - 1}{3 \cdot 2^x - 1} = \frac{5}{2}. \quad (9 \text{ pont})$$

2. Mekkora a szabályos kilencszög kerülete és területe, ha a legrövidebb átlója 85? (11 pont)

3. Oldja meg a valós számpárok halmazán az

$$x^4 + y^4 = 641; \quad \lg x^2 + \lg y^2 = 2$$

egyenletrendszer! (12 pont)

4. Az  $x + y = 18$  egyenletű egyenes melyik pontjából húzható az

$$x^2 + y^2 - 6x + 4y - 12 = 0$$

egyenletű körhöz 12 egység hosszúságú érintő? (13 pont)

5. Egy  $181\pi$  térfogatú csonkakúp alapköréinek  $r$  és  $R$  sugara, valamint az  $a$  alkotója között az

$$r : R : a = 4 : 11 : 25$$

arány áll fenn.

Határozza meg a sugarak és az alkotó hosszát! (13 pont)

6. Egy kereskedő árut vásárol, amelyet némi haszonnal (magasabb áron) szeretne eladni. A tervezett eladási árat a vételár 10%-ával csökkentenie kell, így a várt haszon a kétharmad részére csökken. Az árleszállítás előtt a várt haszon hány %-a

a) a vételárnak, b) a tényleges eladási árnak? (13 pont)

7. Oldja meg a valós számok halmazán a

$$\sqrt{x + 6 - 4\sqrt{x + 2}} + \sqrt{x + 11 - 6\sqrt{x + 2}} = 1$$

egyenletet! (14 pont)

8. Igazolja, hogy ha  $b \neq c$ , akkor a

$$\frac{\sin(\beta + \gamma)}{\sin(\beta - \gamma)} = \frac{a^2}{b^2 - c^2}$$

összefüggés bármely háromszögre igaz!

(15 pont)

### Írásbeli érettségi-felvételi feladatok

9. Oldja meg a valós számok halmazán a

$$\frac{10}{x-5} + \frac{1}{y+2} = 1; \quad \frac{25}{x-5} + \frac{3}{y+2} = 2$$

egyenletrendszer!

(9 pont)

10. Az egyenlő szárú háromszög alapja 48, az alapon fekvő szögek  $17^\circ 32'$ -esek. Az alapot mindkét végén meghosszabbítjuk a szárral. Kössük össze a kapott végpontokat a háromszög harmadik csúcsával! Mekkora az így keletkezett háromszög oldalai? Mekkora a területe?(11 pont)

11. Egy arany-ezüst ötvözet 75%-a arany. Ez az ötvözet 190%-kal értékesebb, mint a fordított összetételű (25% arany, 75% ezüst) ötvözet.

a) Az arany egységára hányszorosa az ezüst egységárának?

b) Hány %-kal kisebb az ezüst egységára az aranyénál?

(12 pont)

12. Oldja meg a valós számok halmazán a következő egyenleteket:

a)  $3^{2x^2+2x-12} = 9^{\frac{x-2}{x+3}}$ ; (8 pont)

b)  $\lg(x^2 + x - 6) = \lg \frac{x-2}{x+3}$ . (5 pont) (13 pont)

13. Egy szimmetrikus trapéz (húrtrapéz) egyik szöge  $60^\circ$ , kerülete 16. Három egymást követő oldala egy számtani sorozat első, második és harmadik eleme. Mekkora a trapéz oldalai és területe? (13 pont)

14. Mely valós számok a megoldásai a következő egyenletnek?

$$\sin^4 x + \sin^4 \left(x + \frac{\pi}{4}\right) + \sin^4 \left(x - \frac{\pi}{4}\right) = \frac{5}{4}. \quad (13 \text{ pont})$$

15. Egy sorozat első  $n$  eleme

$$a_1 = \sqrt{2}, \quad a_2 = \sqrt{2\sqrt{2}}, \quad a_3 = \sqrt{2\sqrt{2\sqrt{2}}}, \quad \dots, \quad a_n = \sqrt{2 \cdot a_{n-1}}.$$

a) Fejezze ki  $a_n$ -et  $n$  függvényeként!

b) Legalább hány elemet kell összeszorozni az első elemtől kezdve, hogy a szorzat értéke 50 000-nél nagyobb legyen? (14 pont)

16. Mely valós számokra igaz a

$$\log_m x + \log_{mx} x + (\log_m x) \cdot \log_{\frac{m}{x}} x > 0$$

egyenlőtlenség, amelyben  $m$  valós paraméter? (15 pont)

### Pótírásbeli érettségi-felvételi feladatok

17. Egyszerűbb alakra hozással állapítsa meg az alábbi kifejezések pontos értékét!

$$A = (4\sqrt{18} - 5\sqrt{50} + 3\sqrt{98}) \cdot 2\sqrt{2};$$

$$B = 6^{-2} \cdot 16^{-\frac{1}{2}} \cdot 36^2 \cdot 4^{-\frac{3}{2}};$$

$$C = 2 \lg 2 + \lg 18 + 6 \lg \sqrt{5} - 2 \lg 3. \quad (9 \text{ pont})$$

18. Két kör középpontjának távolsága 10 egység, területük különbsége  $32\pi$  területegység. A két körnek nincs közös pontja, de ha a kisebbiket a középpontjából kétszeresére nagyítjuk, akkor az új kör kívülről érinti az eredeti nagyobb kört. Mekkora a kör sugarai? (10 pont)

19. Egy értékpapír árfolyama öt év alatt 3,2-szeresére nőtt. Az első évben 12,5%-kal, a másodikban 25%-kal, a harmadikban 28%-kal nőtt az árfolyam, mindig az előző évhez képest. Hány százalékos volt az éves növekedés a 4. és az 5. évben, ha

a) mindkét évben azonos volt a növekedés mértéke;

b) az ötödik évben kétszer annyi százalékkal növekedett az árfolyam, mint a negyedik évben? (12 pont)

20. Oldja meg a valós számok halmazán a következő egyenlőtlenségeket:

$$a) \left(\frac{1}{2}\right)^{x^2-6x+6} > 4; \quad b) \log_{\frac{1}{3}}(x^2 - 6x + 11) \geq -1;$$

$$c) \sqrt{x^2 - 6x + 8} > -1. \quad (12 \text{ pont})$$

21. Határozza meg a  $p$  és a  $q$  paraméterek értékét úgy, hogy az  $x^2 + y^2 + px + qy + 16 = 0$  egyenletű kör érintse az  $x$  tengelyt, és az  $y$  tengely pozitív feléből 6 egység hosszúságú szakaszt metsszen ki! (12 pont)

**22.** Adott egy háromszög két oldala,  $a$  és  $b$ . Tudjuk, hogy  $(\operatorname{tg} \beta) \sin^2 \gamma = (\operatorname{tg} \gamma) \sin^2 \beta$ , ahol  $\beta$  a  $b$ ,  $\gamma$  a  $c$  oldallal szemközti szög. Mekkora a háromszög  $c$  oldala? (14 pont)

**23.** Egy mértani sorozat első 8 elemének összege 3280. Ha az első 8 elem közül a páros sorszámúak összegéből kivonjuk a páratlan sorszámúak összegét, akkor 1640-et kapunk. Írja fel a mértani sorozat  $n$ -edik elemét! (15 pont)

**24.** Melyek azok az egyenes hengerek, amelyekben a sugár is, a magasság is 20-nál nagyobb egész szám, és a térfogatuk mérőszáma hatszor nagyobb a felszínük mérőszámánál? (16 pont)

### Pótírásbeli érettségi-felvételi feladatok

**25.** Oldja meg a valós számok halmazán a következő egyenletet:

$$\sqrt{x - \sqrt{x - 2}} = 2. \quad (9 \text{ pont})$$

**26.** Egy derékszögű háromszög egyik befogója 15, beírt körének sugara 3. Mekkora a háromszög oldalai és szögei? (11 pont)

**27.** Egy számtani sorozat hetedik eleme 15; első, negyedik és tizenharmadik eleme egy mértani sorozat három egymást követő eleme. Írja fel a számtani sorozat első 13 elemét! (12 pont)

**28.** Mely  $c$  valós számokra igaz, hogy a  $P(c; c^2)$  pont az  $y = 2x + 2$ ,  $x + y = 2$ ,  $3x + 5y = 36$  egyenletű egyenesek által határolt háromszög belsejében van? (13 pont)

**29.** Oldja meg a valós számok halmazán a következő egyenlőtlenséget:

$$\cos 2x \geq \sin x. \quad (13 \text{ pont})$$

**30.** Egy diák nyári munkájával keresett pénzét elhelyezte egy bankba évi 30%-nál kisebb kamatra, egy év múlva ezért 8800 Ft kamatot kapott, amit hozzáírt a tőkéhez. Ekkor az újabb nyári keresetét, 30 000 Ft-ot is hozzátett a betétéhez. Újabb egy év múlva a megtakarított pénz a kamatokkal együtt 96 136 Ft lett. A kamatláb a két év alatt nem változott. Mekkora volt az első betétként elhelyezett összeg, és mekkora a kamatláb? (13 pont)

**31.** Határozza meg az  $x \mapsto \frac{1}{\sin^4 x + \cos^4 x}$  ( $0 \leq x \leq \frac{\pi}{2}$ ) függvény szélsőérték helyeit és értékészletét! (14 pont)

**32.** Az  $a$  élhosszúságú kocka alaplaja az  $ABCD$  négyzet, fedőlapja az  $EFGH$  négyzet; az  $AE$ ;  $BF$ ;  $CG$ ;  $DH$  élek párhuzamosak. Mekkora az  $ADCH$  és  $BCDG$  tetraéderek közös részét képező test éleinek a hossza, a test felszíne és térfogata? (15 pont)

### Írásbeli felvételi feladatok a műszaki tanári szakra jelentkezőknek

**33.** Mekkora húrt metsz ki az  $(x - 2)^2 + (y - 1)^2 = 1$  egyenletű kör az  $y = x$  egyenletű egyenesből? (13 pont)

**34.** Egy trapéz két párhuzamos oldala 6 cm és 3 cm, szárjai 3 cm és 4 cm hosszúak. Határozza meg a rövidebb átló hosszát! (15 pont)

**35.** Egy számtani sorozat három szomszédos elemének összege 24. Ha ezekhez rendre 1-et, 2-t, 35-öt adunk, egy mértani sorozat szomszédos elemeit kapjuk. Határozzuk meg a számtani sorozat elemeit! (16 pont)

**36.** Egy bizonyos mennyiségű munkadarab elkészítéséhez három gép áll rendelkezésünkre. Az első és a második gép együtt 1,2 óra alatt tudja elvégezni a munkát, a második és a harmadik gép együtt 2 óra alatt, az első és a harmadik együtt 1 óra 30 perc alatt. Mennyi idő alatt tudják a gépek külön-külön elkészíteni a munkát, és mennyi idő alatt lesznek készen, ha egyszerre mind a három gép működik? (18 pont)

**37.** Ábrázolja a  $[-3; 5]$  intervallumon értelmezett

$$f(x) = \left| |x - 1| - 2 \right| - 1$$

függvény grafikonját! Hol vannak a függvény zérushelyei? Hol veszi fel a függvény a legnagyobb és hol a legkisebb értékét? Mekkora ezek az értékek? (18 pont)

**38.** Az  $OABC$  háromoldalú gúla alaplaja az  $ABC$  egyenlő szárú derékszögű háromszög, amelyben az  $ACB$  szög a derékszög.  $OC = 3\sqrt{3}$  cm, és ez az oldalél merőleges az alaplaj síkjára. Az  $OAB$  oldallap az alaplaj síkjával  $60^\circ$ -os szöget zár be. Számítsa ki a gúla felszínét és térfogatát! (20 pont)

### Pótírásbéli felvételi feladatok a műszaki tanári szakra jelentkezőknek

**39.** Egy esztergályos – tervei szerint – megszabott határidőre bizonyos számú munkadarabot készít el. Ha naponta 10 darabbal többet készítene el, akkor a munkáját 4,5 nappal hamarabb

befejezné. Ha viszont minden nap 5 darabbal kevesebbet gyártana, 3 napot késne a határidővel. Hány darabot szándékozott naponta elkészíteni, és hány nap volt a tervezett munkaideje?(14 pont)

40. Egy rombusz kerülete 20 cm, az átlók összege 14 cm. Mekkora a rombusz szöge?(14 pont)

41. Határozza meg a  $c$  értékét úgy, hogy az  $f(x) = x^2 - 3x + c$  ( $x \in \mathbf{R}$ ) függvény egyik zérushelye az  $x_1 = 5$  legyen! Hol van a másik zérushelye? Mely  $x$  értékre veszi fel a függvény a legkisebb értékét, és mekkora ez az érték? (16 pont)

42. Három szám egy mértani sorozat három egymást követő eleme. Ha a második számhoz 8-at hozzáadunk, egy számtani sorozat három szomszédos elemét kapjuk. Ha az így kapott számtani sorozat harmadik eleméhez 64-et adunk, akkor egy új mértani sorozat három szomszédos elemét kapjuk. Határozza meg az eredeti három számot! (18 pont)

43. Írja fel annak a körnek az egyenletét, amelynek az első síknegyedbe eső középpontja az  $x$  tengelytől kétszer akkora távolságra van, mint az  $y$  tengelytől, és a  $4x + 3y = 35$  egyenest az 5 abszcisszájú pontban érinti! (18 pont)

44. Egy derékszögű trapéz rövidebb párhuzamos oldala 4 cm, a derékszögű szára  $2\sqrt{3}$  cm, a hosszabb párhuzamos oldalon fekvő egyik szöge  $60^\circ$ -os. Forgassa meg a trapézt a hosszabb párhuzamos oldala körül. Mekkora a keletkezett forgástest felszíne és térfogata? (20 pont)

### Írásbeli felvételi feladatok az ELTE TTK nulladik évfolyama számára

45. Oldja meg a valós számok halmazán a következő egyenletet:

$$3^{\sqrt{x}} = 2 + 3^{1-\sqrt{x}}. \quad (9 \text{ pont})$$

46. Egy egyenlő szárú háromszög szára 1 cm-rel hosszabb, mint az alapja, az alapja pedig 1 cm-rel hosszabb, mint az alaphoz tartozó magasság. Mekkora a háromszög kerülete és területe? (11 pont)

47. Három pozitív egész szám összege 182, a három szám 3 alapú logaritmusai egy olyan számtani sorozat három szomszédos eleme, amelynek különbsége 2. Melyik ez a három szám? (12 pont)

48. Mely valós  $x$  számok elégítik ki a következő egyenletet?

$$\sqrt{2} + \cos x = \sqrt{3} \sin x. \quad (12 \text{ pont})$$

49. Az  $ABC$  háromszög egyik oldala  $AC = 5$  cm, a másik két oldal hosszának összege 9 cm, továbbá  $\cos BAC\angle = 0,8$ . Mekkora a háromszög területe és legnagyobb szöge? (13 pont)

50. Egy egyenes kúp alakú tölcserbe egy  $R$  sugarú gömböt ejtünk, amely egy körvonal mentén belülről érinti a kúpot. Milyen messze van e körvonal síkja a gömb középpontjától, ha a kúpnak az érintő körvonalig terjedő véges területű palástja ötször nagyobb területű, mint az érintő kör területe? (13 pont)

51. Adottak az  $A(3; 5)$  és  $B(14; 13)$  pontok és az  $x - 2y + 2 = 0$  egyenletű egyenes. Mekkora az  $A$  pontból az egyeneshez és innen a  $B$  pontba vezető legrövidebb út hossza? (14 pont)

52. Oldja meg a következő egyenletet, ha  $x$  és  $y$  természetes szám:

$$1 + \frac{1}{x - 1996} + \frac{1}{y - 1996} = \frac{1995}{(x - 1996)(y - 1996)}. \quad (16 \text{ pont})$$

**Írásbeli felvételi feladatok a műszaki egyetemek és főiskolák nulladik évfolyamai számára**

**Első sorozat** (1997. május 2.)

53. Számológép és közelítő értékek használata nélkül állapítsa meg, hogy melyik szám nagyobb az alábbi két-két szám közül:

a)  $\sqrt{50} - \sqrt{12}$  vagy  $\frac{20 - \sqrt{96}}{\sqrt{8}}$ ;

b)  $(\lg \sin 30^\circ)(\lg \sin 60^\circ)(\lg \operatorname{tg} 45^\circ)$  vagy  $\lg [(\sin 30^\circ)(\sin 60^\circ)(\operatorname{tg} 45^\circ)]$ .

(10 pont)

54. Oldja meg a valós számpárok halmazán a következő egyenletrendszert:

$$\frac{x}{x+2} = \frac{y+1}{y-1}, \quad \frac{1}{x-3} = \frac{2}{y+1}. \quad (10 \text{ pont})$$

55. Egy számtani sorozat négy egymás utáni elemének összege 0, e négy szám négyzetének összege 20. Melyek ezek a számok? (12 pont)

**56.** Az  $ABCD$  paralelogramma oldalai  $AB = 5$  cm,  $BC = 3$  cm. A  $P$  pont a  $BC$  oldal  $C$ -hez közelebbi harmadolópontja.  $DP$  egyenes az  $AB$  egyenesét  $Q$ -ban metszi. Számítsa ki a  $DBQ$  háromszög és az  $ABCD$  paralelogramma területének arányát! (12 pont)

**57.** Határozza meg annak a legkisebb körnek az egyenletét, amelynek középpontja az  $x^2 + y^2 = 25$  egyenletű körön van, és érinti a  $3x + 4y = 50$  egyenletű egyenest! (13 pont)

**58.** Az  $ABCD$  téglalap alapú gúla  $E$  csúcsának az  $A$  pont a merőleges vetülete az  $ABCD$  síkon.  $AB = 4$  cm. Számítsa ki a gúla térfogatát, ha  $BCE\angle = 60^\circ$ ,  $ADE\angle = 45^\circ$ ! (13 pont)

**59.** Oldja meg a valós számok halmazán a következő egyenlőtlenséget!

$$\sqrt{4x + x^2} > 4x + x^2. \quad (15 \text{ pont})$$

**60.** Adja meg a következő egyenlet összes valós megoldását!

$$\operatorname{ctg}^2 x - \operatorname{tg}^2 x = 16 \cos 2x. \quad (15 \text{ pont})$$

**Második sorozat** (1997. május 9.)

**61.** Hozza egyszerűbb alakba a következő kifejezést:

$$\left( \frac{\sqrt{x^3} - \sqrt{a^3}}{\sqrt{x} - \sqrt{a}} + \sqrt{ax} \right) \left( \frac{\sqrt{x} - \sqrt{a}}{x - a} \right)^2. \quad (8 \text{ pont})$$

**62.** Egy egyenlő szárú háromszög alapja 32 cm, szárainak hossza 20 cm. Az egyik szárra az alappal szemközti csúcsban emelt merőleges az alapot az alap végpontjaitól milyen távolságra metszi? (10 pont)

**63.** Oldja meg a következő egyenleteket a valós számok halmazán:

a)  $\frac{\sqrt{x-3}}{\sqrt{x+1}-2} = \sqrt{x+1} + 2,$

b)  $\lg(4 - x^2) - \lg(2 + x) = \lg(2 - x).$  (12 pont)

**64.** Egy mértani sorozat első, harmadik és ötödik eleme rendre egyenlő egy számtani sorozat első, negyedik és tizenhatodik elemével. Írja fel ennek a számtani sorozatnak a negyedik elemét, ha azt is tudjuk, hogy első eleme 5. (13 pont)



65. Oldja meg a következő egyenletrendszert a valós számpárok halmazán:

$$\cos y = \sqrt{2} \cos x, \quad \sin y = \sqrt{\frac{2}{3}} \sin x. \quad (13 \text{ pont})$$

66. Az  $ABCD$  paralelogramma  $AB$  oldalegyenesének egyenlete  $2x + y = 9$ , az  $AD$  oldalegyenesé pedig  $2x - y = 3$ . A  $BC$  oldal felezőpontja  $E(10; 1)$ . Milyen távol van a paralelogramma középpontja a paralelogramma csúcsaitól? (14 pont)

67. Oldja meg a következő egyenlőtlenséget a valós számok halmazán:

$$3 \cdot 4^{x+1} - 35 \cdot 6^x + 2 \cdot 9^{x+1} \geq 0. \quad (15 \text{ pont})$$

68. Egy kúpba  $r$  sugarú gömb írható. Az a sík, amely érinti ezt a gömböt és merőleges a kúp egyik alkotójára,  $d$  távolságra van a kúp csúcsától. Határozza meg a kúp térfogatát! (15 pont)

**Írásbeli felvételi feladatok az ELTE Tanárképző Főiskolai Kar számítástechnika szakra jelentkezőknek**

69. Oldja meg a valós számok halmazán a következő egyenletet:

$$\sqrt{3x+1} - \sqrt{x-1} = 2. \quad (9 \text{ pont})$$

70. Egy mértani sorozat második, harmadik és negyedik elemét megkapjuk, ha a 33, 45, 63 számokból kivonjuk ugyanazt a számot. Írja fel a mértani sorozat első 5 elemét! (13 pont)

71. Igazolja, hogy

a) négy egymást követő páratlan szám összege osztható 8-cal!

b) páros sok egymást követő páratlan szám összege osztható a darabszám kétszeresével! (13 pont)

72. Egy húrnégyszög három csúcspontjának koordinátái:  $A(6; 2)$ ,  $B(-1; 3)$ ,  $C(-2; 2)$ . A negyedik csúcs pont az ordinátatengely negatív felén van. Melyek ennek a koordinátái? (15 pont)

73. A gépirónőnek 120 oldalt kellett legépelnie. Ha óránként 2 oldallal többet gépelt volna, 2 órával hamarabb lett volna készen. Hány óra alatt írta le a szöveget a gépirónő? (10 pont)