

# 2001

## Írásbeli érettségi-felvételi feladatok

Első sorozat (2001. május 21. du.)

1. Oldja meg az alábbi egyenletrendszert a valós szám párok halmazán:

$$\begin{aligned}\frac{1}{x-2y} - \frac{2}{2x-y} &= 3 \\ \frac{-2}{x-2y} + \frac{5}{2x-y} &= -5.\end{aligned}$$

(9 pont)

2. Oldja meg a valós számok halmazán a

$$\log_{x-3}(x+20) \cdot \log_x(x-2) = 2$$

egyenletet!

(11 pont)

3. Egy rombusz két átlója 2 és 4 egység hosszúságú. A rombuszt a középpontja körül  $90^\circ$ -kal elforgatjuk. Számítsa ki az eredeti és az elforgatott rombusz közös részének a területét! (12 pont)

4. Az  $ABCD$  derékszögű trapéz egyik szára  $AD$ . Három csúcspontja:  $A(2; 1)$ ,  $B(10; 5)$  és  $D(-1; 7)$ . Számítsa ki a  $C$  csúcspont koordinátáit, ha a trapéz területe  $52,5$  területegység! (13 pont)

5. Egy egyenes körkúp palástjának a területe  $65\pi$  területegység. Az alapkör sugarának és az alkotónak az összege egyenlő a magasság  $\frac{3}{2}$ -szeresével. Mekkora a kúp térfogata? (13 pont)

6. Egy pozitív egész számokból álló mértani sorozat második tagja 6, első és harmadik tagjának összege 20. Határozza meg, hogy mely pozitív egész  $n$ -ekre lesz az első  $n$  tag összege osztható 10-zel! (13 pont)

7. a) Határozza meg a valós számoknak azt a legbővebb  $H$  részhalmazát, amelyen a  $\log_{\frac{1}{2}}(\sin x + \cos x)^2$  kifejezés értelmezhető!

b) Mi a fenti  $H$  halmazon az  $f(x) = \log_{\frac{1}{2}}(\sin x + \cos x)^2$  képlettel definiált  $f$  függvény értékkészlete?

c) Hol monoton növekedő ez az  $f$  függvény? (14 pont)

8. Egy háromszög oldalainak hossza  $a$ ,  $b$  és  $c$ . Mutassa meg, hogy az  $a$  és  $b$  oldalak által közbezárt szögfelező hossza:

$$\frac{\sqrt{ab((a+b)^2 - c^2)}}{a+b}. \quad (15 \text{ pont})$$

**Második sorozat** (2001. május 22. de.)

9. Oldja meg a valós számok halmazán a következő egyenlőtlenséget:

$$(x^2 - 18x + 77) \cdot \sqrt{10 - x} \geq 0. \quad (9 \text{ pont})$$

10. Egy rombusz egyik csúcsa  $A(7; 2)$ , egyik átlója az  $x - y = 2$  egyenletű egyenesen van. A rombusz kerülete  $\sqrt{464}$  egység. Határozza meg a rombusz másik három csúcsának koordinátáit! (11 pont)

11. Az  $ABCDEF$  szabályos hatszög oldala 3 egység. Legyen a  $CD$  oldal felezőpontja  $P$ , a  $DE$  oldalé  $Q$ . Az  $APQ$  háromszög területe hány százaléka a hatszög területének? (12 pont)

12. Oldja meg a következő egyenletet a valós számok halmazán:

$$\frac{3^x}{3\sqrt{x-2}} - \frac{3^{3+\sqrt{x-2}}}{3^x} = 6. \quad (12 \text{ pont})$$

13. Egy számtani sorozatról tudjuk, hogy az első  $n$  tagja közül az első négy összege 26, az utolsó négy összege 110. Az első  $n$  tag összege 187. Írja fel a számtani sorozat első három tagját! (13 pont)

14. Egy egyenes hasáb alaplappja az  $ABC$  derékszögű háromszög, amelyben az  $ACB\angle = 90^\circ$ ,  $CAB\angle = 60^\circ$  és  $AC = 1$  egység. Az  $A$  csúcsból kiinduló lapátlók hajlásszöge  $30^\circ$ . Mekkora a hasáb térfogata? (13 pont)

15. Tekintsünk három olyan egymást követő pozitív egész számot, amelyek köbének összege osztható 18-cal. E három szám közül a legkisebb és a legnagyobb szám szorzatát 18-cal osztva mennyit kaphatunk maradékkul? (15 pont)

16. Határozza meg a  $p$  valós paraméter értékét úgy, hogy az

$$x^4 + (p+1)x^2 + p^2 + 2p + \frac{1}{4} = 0$$

egyenlet megoldáshalmaza pontosan két valós számot tartalmazzon!

(15 pont)

### Pótírásbeli érettségi-felvételi feladatok

**Első sorozat,** (2001. június 5. de.)

**17.** Oldja meg a valós számok halmazán az

$$\left(1 + \frac{4}{x^2 + x - 6}\right) \cdot \left(\frac{1}{x+2} + 1\right) = 0$$

egyenletet!

(9 pont)

**18.** Határozza meg a  $b$  és  $c$  együtthatók értékét úgy, hogy az

$$f(x) = x^2 + bx + c; \quad x \in \mathbf{R}$$

függvény minimuma  $-9$  legyen, és ezt az  $x = 4$  helyen vegye fel! Milyen  $x$  értékre pozitív ez az  $f(x)$ ? (10 pont)

**19.** Oldja meg a valós számok halmazán a

$$\sin 2x + 6p \cos x - \sin x = 3p$$

egyenletet, ahol  $p$  1-nél nagyobb valós paraméter!

(12 pont)

**20.** Egy különböző számokból álló számtani sorozat első három tagjából az első és a második tag sorrendjének felcserélésével egy mértani sorozat három egymást követő tagját kapjuk. Mennyi ennek a mértani sorozatnak a hányadosa? Adja meg egy ilyen sorozat első három tagját!(13 pont)

**21.** Határozza meg az

$$x^2 + y^2 = 16 \quad \text{és az} \quad x^2 + y^2 - 16x - 12y + 96 = 0$$

egyenletű körök közös belső érintőjének a meredekségét!

(13 pont)

**22.** Egy 3 egység sugarú körbe írható húrtrapéz hegyesszögei  $45^\circ$ -osak, magassága  $\sqrt{2}$  egység. Számítsa ki a trapéz területét! (13 pont)

**23.** Oldja meg a valós számok halmazán a következő egyenlőtlenséget:

$$\log_{x^2-1}(4x-4) > 1. \quad (14 \text{ pont})$$

**24.** Melyik az a legnagyobb prímszám, amellyel az

$$5^{2n+1} + 2^{n+4} + 2^{n+1}$$

összeg minden pozitív  $n$  esetén osztható? (16 pont)

**Második sorozat** (2001. június 5. du.)

**25.** Egy szimmetrikus érintőtrapéz párhuzamos oldalainak hossza 60 cm, illetve 20 cm. Hány százaléka a beírt kör területe a trapéz területének? (10 pont)

**26.** Két vasútállomás között 150 km a távolság. A gyorsvonat ezen a távon 45 perccel hamarabb fut végig, mint a személyvonat. Számítsa ki a vonatok sebességét, ha a személyvonat óránként 10 km-rel kevesebbet tesz meg, mint a gyorsvonat! (10 pont)

**27.** Az  $f : x \mapsto a^x; x \in \mathbf{R}$  exponenciális függvény grafikonja illeszkedik a  $P(-2; b)$  és a  $Q(-6; 4b)$  pontokra. Határozza meg az  $a$  és a  $b$  értékét, majd írja fel a  $PQ$  egyenes egyenletét! (12 pont)

**28.** Milyen valós  $x$  értékekre van értelmezve a

$$\frac{2 \sin x - \sin 2x}{2 \sin x + \sin 2x} \cdot \operatorname{ctg}^2 \frac{x}{2}$$

kifejezés, és mi az értékkészlete? (12 pont)

**29.** Írja fel annak a  $P(-1; 3)$  ponton átmenő  $\sqrt{8}$  sugarú körnek az egyenletét, amelyet kívülről érint az  $x^2 + y^2 + 4x + 4y + 6 = 0$  egyenletű kör! (13 pont)

**30.** Oldja meg az alábbi egyenlőtlenséget a valós számok halmazán:

$$\sqrt{\log_2 x} + 2\sqrt{\log_x 2} \geq 3. \quad (13 \text{ pont})$$

**31.** Egy  $\sqrt{5}$  egység sugarú körbe olyan konvex nyolcszöget írunk, amelynek oldalai váltakozva  $h$ , illetve  $h\sqrt{2}$  egység hosszúságúak. Igazolja közelítő számítás alkalmazása nélkül, hogy a nyolcszög területe 14 területegység! (15 pont)

**32.** Egy sorozat első tagja  $a_1 = 1$ , és  $n \geq 1$  esetén  $a_{n+1} = \left(1 - \frac{1}{(n+1)^2}\right) \cdot a_n$ . Számítsa ki a sorozat  $n$ -edik tagját és első  $n$  tagjának szorzatát! (15 pont)

**A műszaki tanári szakra jelentkezők írásbeli felvételi feladatai (2001. június 8. de.)**

**33.** Oldja meg a  $3x^2 - 5ax - 2a^2 = 0$  egyenletet,

a) ha  $x$  az ismeretlen,  $a$  adott valós szám;

b) ha  $a$  az ismeretlen,  $x$  adott valós szám. (12 pont)

**34.** Két kör kívülről érinti egymást, sugaraik 10, illetve 6 cm.

Tekintsük a közös külső érintőknek azokat a szakaszait, amelyek a két érintő metszéspontját a kisebb körrel való érintési ponttal kötik össze. Mekkora az a terület, amit ez a két érintőszakasz és a kisebb körnek az érintési pontok közé eső rövidebb íve határol? (16 pont)

**35.** Adja meg az  $x$  tengelynek azt a pontját, amelyből az  $y^2 = 8x$  egyenletű parabolához húzott érintők a parabola csúcsérintőjével szabályos háromszöget alkotnak! (16 pont)

**36.** Egy mértani sorozat három egymást követő tagjának szorzata 125. Ugyanezek a számok ebben a sorrendben egy számtani sorozat első, harmadik és hatodik tagjai.

Melyik ez a három szám? (18 pont)

**37.** Egy egyenes körkúp magassága  $m$ , alapkörének sugara  $r$ , és  $m : r = 12 : 5$ . A kúpba írható gömb felszíne  $A = 4\pi$ . Mekkora a kúp térfogata? (18 pont)

**38.** Állapítsa meg, hogy mely valós számokra van értelmezve a

a)  $\sqrt{\frac{1}{2} - \cos x}$ , illetve b)  $\lg(2x^2 - 5x + 2)$

kifejezés! (20 pont)

**A póttírásbéli felvételi feladatai (2001. június 29.)**

**39.** Két jármű egyszerre indul ugyanabba az irányba, az egyik  $A$ -ból  $B$  felé, a második  $B$ -ből. Az  $A$  és  $B$  pontok távolsága 90 km. Az  $A$ -ból induló jármű sebessége 80 km/ó, a  $B$ -ből indulóé 50 km/ó. Hány kilométer megtétele után éri utól az  $A$ -ból induló jármű a másikat? (12 pont)

40. Határozza meg a

$$K(x) = \sqrt{8 - 2x - x^2} - \sqrt{7x - x^2 - 10}$$

kifejezés értelmezési tartományát és értékkészletét a valós számok halmazán! (16 pont)

41. Egy húrtrapéz (más néven szimmetrikus trapéz) párhuzamos oldalai 8 cm és 2 cm; a területe 30 cm<sup>2</sup>. Mekkora a trapéz szárai, szögei és a köré írható kör sugara? (16 pont)

42. Iktasson be 3 és 18 közé két pozitív egész számot úgy, hogy az első három szám egy mértani, az utolsó három szám egy számtani sorozat három szomszédos tagja legyen. Melyik ez a két szám? (17 pont)

43. Egy egyenlő szárú háromszög alapjának végpontjai az  $A(-4; -3)$  és  $B(2; -9)$  pontok. A harmadik csúcspont az  $x^2 - 2x + y^2 + 2y - 7 = 0$  egyenletű körvonalra illeszkedik. Határozza meg a harmadik csúcspont koordinátáit! (18 pont)

44. Egy töröttvonal négy egymás után következő csúcspontja rendre  $O(0; 0)$ ,  $A(1; 1)$ ,  $B(5; 2)$ ,  $C(6; 0)$ . Forgassa meg a töröttvonalat az  $x$  tengely körül! Számítsa ki az így keletkezett forgástest felszínét és térfogatát! (21 pont)

**Az ELTE TFK esti tagozatára jelentkezők írásbeli felvételi vizsgájának feladatai**  
(2001. június)

45. Oldja meg az alábbi egyenletet a valós számok halmazán!

$$\frac{x+1}{x-1} - \frac{2(x+1)}{3x-3} = \frac{1}{3}. \quad (15 \text{ pont})$$

46. Mely  $x$  valós számok tesznek eleget az alábbi egyenletnek?

$$x^{\lg x} = 1000x^2. \quad (15 \text{ pont})$$

47. Két testvér együttes életkora 16 év. Amikor ez az összeg kétszerese lesz a mostaninak, akkor a fiatalabb gyermek éppen annyi idős lesz, mint most az idősebbik. Hány évesek a gyermekek? (15 pont)

48. Egy téglalap  $AB$  oldala 9,  $BC$  oldala 3 egység hosszú. Hol található az  $AB$  oldalnak az a  $P$  pontja, amelyre az  $AP$  és a  $PC$  távolság egyenlő? (15 pont)

49. Mely valós  $x$ -ekre teljesül, hogy  $\operatorname{tg} 4x = \sin 8x$ ? (15 pont)

50. Az 1, 3, 4, 5 és még egy számjegy felhasználásával írja fel azt a legnagyobb 5-jegyű számot, amely osztható 12-vel! (15 pont)