Teljes indukció

1) Bizonyítsa be, hogy az első n páratlan szám összege éppen n^2!

$\Updownarrow$

2) Igazolja, hogy $1+3+5+\ldots+2n-1=n^2$!

3) Bizonyítsa be, hogy az alábbi állítás igaz: $3^n+4^n \leq 5^n$, $n=2;3\ldots$

4) Bizonyítsa be, hogy: $1+2+3+\ldots+n=\dfrac{n(n+1)}{2}$!

5) Bizonyítsa be, hogy: $1^2+2^2+3^2+\ldots+n^2=\dfrac{n(n+1)(2n+1)}{6}$!

6) Bizonyítsa be, hogy: $1\cdot 2+2\cdot 3+\ldots+n(n+1)=\dfrac{n(n+1)(n+2)}{3}$!

7.) Bizonyítsa be, hogy az $n(2n+1)(7n+1)$ kifejezés osztható 6-tal, ha $n\in\mathbb{Z}^+$!

8.) Bizonyítsa be, hogy $6\,|\,(n^2+5)n$, ha $n\in\mathbb{Z}^+$!

9.) Bizonyítsa be, hogy $120\,|\,n^5-5n^3+4n$, ha $n\in\mathbb{Z}^+$!

10.) Bizonyítsa be, hogy $6\,|\,n^3-n$, ha $n\in\mathbb{Z}^+$!

———— o ————

A teljes indukció első írásos emléke 1575-ből származik és Francesco Maurolico nevéhez fűződik.

A bizonyítás lényege: Belátjuk, hogy az állítás igaz az első természetes számra, és belátjuk azt is, hogy az állítás öröklődik. (Ez azt jelenti, hogy ha egy bizonyos természetes számra igaz volt az állítás $\Rightarrow$ igaz a rá következő természetes számra is.

Felépítése:

1. Megnézzük, igaz-e az első pár természetes számra
2. Ha igaz, tfh. valamilyen n természetes számra igaz az állítás
3. Próbáljuk meg belátni, hogy ilyenkor $n+1$-re is öröklődik az állítás érvényessége. (Itt mindig fel kell használni 2.-t, azaz az INDUKCIÓS FELTEVÉST!)