Átviteli elv: Legyen $H \subset \mathbb{R}$, $f: H \to \mathbb{R}$, $x_0 \in H$
Az f fgv folytonos az x_0 pontban $\Leftrightarrow$, ha $\forall$ olyan $(x_n): \mathbb{N} \to H$
és $\lim_{n\to\infty} x_n = x_0$ esetén $\lim_{n\to\infty} f(x_n) = f(x_0)$

Feladat: $H \subset \mathbb{R}$, $f: H \to \mathbb{R}$, $x_0 \in H$, f folyt. x_0-ban.
Ha $f(x_0) > 0 \Rightarrow \exists r \in \mathbb{R}^+$ úh. $x \in S_r(x_0) \cap H$ $f(x) > 0$
Ha $f(x_0) < 0 \Rightarrow \exists r \in \mathbb{R}^+$ úh. $x \in S_r(x_0) \cap H$ $f(x) < 0$

Bolzano tétel: $f: [a,b] \to \mathbb{R}$ folytonos, $f(a) \neq f(b)$. Ekkor tetszőleges η-hoz, amely $f(a)$ és $f(b)$ ált. meghatározott nyílt intervallumban van $\exists x_0 \in (a,b)$ úh. $f(x_0) = \eta$.

Cauchy-tétel: Legyen $H \subset \mathbb{R}$, $f_n: H \to \mathbb{R}$. Az f_n fgvsorozat egyenletesen konv. a H_1 halmazon $\Leftrightarrow \forall \varepsilon > 0\ \exists N(\varepsilon)$ $m,n > N(\varepsilon)$ esetén $|f_n(x) - f_m(x)| < \varepsilon$ $\forall\ x \in H_1$.

Weierstrass tétel: ! $H \subset \mathbb{R}$, $f_n: H \to \mathbb{R}$ $(n = 1, 2 \dots n)$
Ha $\exists \sum_1^\infty a_n$ valós számsor, amely konv és $|f_n(x)| \leq a_n$ $\forall x \in H, n \in \mathbb{N}$ esetén $\Rightarrow \sum_1^\infty f_n$ fgvsor egyenletesen konvergens H_1 halmazon.

Cauchy-Hadamard tétel: ! $\sum_0^\infty a_n x^n$ adott hatványsor és ! $\alpha := \lim \sqrt[n]{|a_n|}$, ha
1, $\alpha = 0 \Rightarrow$ a sor abs konv.
2, $0 < \alpha < +\infty \Rightarrow \varrho := \frac{1}{\alpha}$
$|x| < \varrho \Rightarrow$ a sor abs. konv.
$|x| > \varrho \Rightarrow$ -"- div.
3, $\alpha = +\infty \Rightarrow$ a sor $x = 0$ pontban konv.

Lineáris approximáció: $H \subset \mathbb{R}$, $f: H \to \mathbb{R}$, x_0 belső pontja H-nak.
Az f fgv diff-ható az x_0 pontban $\Leftrightarrow$ ha $\exists A \in \mathbb{R}$, $\omega: H \to \mathbb{R}$ úgy, hogy ω folytonos x_0-ban, $\lim_{x\to x_0} \omega(x_0) = 0$, $f(x) - f(x_0) = (A + \omega(x))(x - x_0)$, ahol $A = f'(x_0)$, ω és A egyértelműen meghatározott.

Inverz fgv differenciálhatósága: : $f: \langle a,b \rangle \Rightarrow \mathbb{R}$ invertálható és folytonos, $x_0 \in \langle a,b \rangle$, $y_0 = f(x_0)$. Ha az f fgv differenciálható x_0-ban, és $f'(x_0) \neq 0 \Rightarrow f^{-1}$ is diff.-ható x_0-ban. $(f^{-1})'(y_0) = \frac{1}{f'(x_0)} = \frac{1}{f'(f^{-1}(y_0))}$

Exp fgv:	$f(x) = \exp(x)$	$f: \mathbb{R} \Rightarrow \mathbb{R}$	$f'(x) = \exp x$
Log fgv:	$f(x) = \log(x)$	$f: \mathbb{R}^+ \Rightarrow \mathbb{R}$	$f'(x) = \frac{1}{x}$
	$f(x) = \exp_a x$	$f: \mathbb{R} \Rightarrow \mathbb{R}$	$f'(x) = a^x \ln x = (\exp_a x) \log_a$
	$f(x) = \log_a x$	$f: \mathbb{R}^+ \Rightarrow \mathbb{R}$	$f'(x) = \frac{1}{x \log a} = \frac{1}{x \ln a}$
	$f(x) = x^a$	$f: \mathbb{R}^+ \Rightarrow \mathbb{R}$	$f'(x) = a \cdot x^{a-1}$
	$f(x) = \sin x$	$f: \mathbb{R} \Rightarrow \mathbb{R}$	$f'(x) = \cos x$
	$f(x) = \cos x$	$f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$	$f'(x) = -\sin x$
	$f(x) = \arcsin x$	$f: [-1,1] \Rightarrow \mathbb{R}$	$f'(x) = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$
	$f(x) = \arccos x$	$f: [-1,1] \Rightarrow \mathbb{R}$	$f'(x) = \frac{-1}{\sqrt{1-x^2}}$
	$f(x) = \mathrm{tg}\, x$		$f'(x) = \frac{1}{\cos^2 x}$
	$f(x) = \mathrm{ctg}\, x$		$f'(x) = \frac{-1}{\sin^2 x}$
	$f(x) = \mathrm{arctg}\, x$		$f'(x) = \frac{1}{1+x^2}$
	$f(x) = \mathrm{arcctg}\, x$		$f'(x) = \frac{-1}{1+x^2}$

Darboux-tétel: Ha $f: [A,B] \Rightarrow \mathbb{R}$ diff-ható fgv, és $f'(a) \neq f'(b) \Rightarrow$ $\forall\, \eta \in \mathbb{R}$ esetén, amely $f'(a)$ és $f'(b)$ által meghatározott intervallumban van, $\exists\, x_0 \in (a,b)$ úh $f'(x_0) = \eta$

Rolle-tétel: $f: [a,b] \Rightarrow \mathbb{R}$, (a,b)-on diff-ható, az $[a,b]$-on folytonos, és a két végpontban egyenlő a helyettesítési értéke, tehát $f(a) = f(b) \Rightarrow \exists\, \xi \in (a,b)$, úh: $f'(\xi) = 0$.

Cauchy-féle középérték tétel: Ha f és g fgv $[a,b] \Rightarrow \mathbb{R}$ folytonos fgv-ek, amelyek (a,b)-on diff-hatók $\Rightarrow \exists\, \xi \in (a,b)$ úh.
$$(f(b)-f(a))\,g'(\xi) = (g(b)-g(a))\,f'(\xi).$$

ha $g'(x) \neq 0 \;\forall\, x \in [a,b] \Rightarrow$
$$\frac{f(b)-f(a)}{g(b)-g(a)} = \frac{f'(\eta)}{g'(\eta)}$$

Lagrange-tétel: Ha $f:[a,b]\to\mathbb{R}$ folytonos fgv, amely (a,b)-n diff-ható $\Rightarrow$
$\exists\ \xi\in(a,b)$ úh.: $\dfrac{f(b)-f(a)}{b-a}=f'(\xi)$

L'Hospital-szabály: $g,f:\langle a,b\rangle\to\mathbb{R}$ diff-ható fgv, $r\in\mathbb{R}^+$, $x_0\in\langle a,b\rangle$,
$(x_0-r,x_0)\subset\langle a,b\rangle$
Ha $g'(x)\neq 0$ $\forall x\in(x_0-r,x_0)$ és $\dfrac{f'}{g'}$ fgv-nek $\exists$ baloldali határértéke az x_0 pontban, és ez $A\in\mathbb{R}$, továbbá f-nek és g-nek $\exists$ baloldali határértéke x_0-ban és mindkettő 0 $\Rightarrow$ $\dfrac{f}{g}$-nek is $\exists$ határértéke, és az egyenlő A-val.
érvényes: • ha bo-i határérték helyett jobbo-i, ill határérték szerepel.
• ha x_0 helyett $+\infty$ ill $-\infty$ van.

Taylor-tétel: Legyen $f:\langle a,b\rangle\to\mathbb{R}$, $x_0\in(a,b)$ és f $(n+1)$-szer differenciálható $\Rightarrow$
$\forall\ x\in(a,b)$ esetén $\exists\ \xi$ az x és x_0 által meghat. nyílt intervallumban, úh. $f(x)=f(x_0)+\dfrac{f'(x_0)}{1!}(x-x_0)+\dfrac{f''(x_0)}{2!}(x-x_0)^2+\dots+\dfrac{f^{n}(x_0)}{n!}(x-x_0)^n+\dfrac{f^{n+1}(x_0)}{(n+1)!}(x-x_0)^{n+1}=$

$$=\underbrace{\sum_{k=0}^{n}\frac{f^{(k)}(x_0)}{k!}(x-x_0)}_{\substack{x_0\text{-hoz tartozó}\\ n\text{-dik Taylor}\\ \text{polinom}}}+\underbrace{\frac{f^{(n+1)}(x_0)}{(n+1)!}\cdot(x-x_0)^{n+1}}_{\substack{\text{Lagrange-féle}\\ \text{maradéktag}}}$$

Cauchy-kritérium: $H\subset\mathbb{R}$, $f_n:H\to\mathbb{R}$.
$\sum_{1}^{\infty} f_n$ fgvsor egyenletesen konv $\Leftrightarrow$ $\forall\ \varepsilon>0$ $\exists\ \delta(\varepsilon)$ úh $n,m>N(\varepsilon)$ $(n>m)$
$|f_{m+1}+f_{m+2}+\dots f_n|<\varepsilon$

folytonosság: $\forall \varepsilon > 0 \ \exists \delta(\varepsilon)$ úh. $x \in H$ $|x - x_0| < \delta \Rightarrow |f(x) - f(x_0)| < \varepsilon$

egyenletes folyt: $\forall \varepsilon > 0 \ \exists \delta(\varepsilon)$ úh $x, y \in H$ $|x - y| < \delta \Rightarrow |f(x) - f(y)| < \varepsilon$

fgvsorozat: $H \subset \mathbb{R}$, $f_n : H \to \mathbb{R}$ $\langle f_n \rangle$ függvénysorozat

fgvsor: $H \subset \mathbb{R}$, $f_n : H \to \mathbb{R}$ $\langle s_n \rangle : \mathbb{N} \to \mathbb{R}$ $s_n(x) = f_1(x) + f_2(x) \dots$ $\langle s_n \rangle$ függvénysor

hatványsor: $H \subset \mathbb{R}$, $f : H \to \mathbb{R}$. $f_n(x) = a_n (x-a)^n$, $f_0 x = a_0$. $\sum_0^\infty f_n(x)$ fgvsor = hatványsor

exp fgv: $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ $f(x) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{x^n}{n!} \Rightarrow$ exp fgv.

sin fgv: $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ $f(x) = \sum_{k=0}^{\infty} (-1)^k \frac{x^{2k+1}}{(2k+1)!}$

cos fgv: $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ $f(x) = \sum_{k=0}^{\infty} (-1)^k \frac{x^{2k}}{(2k)!}$

diffhányados: $H \subset \mathbb{R}$, $f : H \to \mathbb{R}$, $x_0 \in H$ $f : H \setminus \{x_0\} \to \mathbb{R}$ $f(x) = \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0}$

hé: $\exists y_0 \in \mathbb{R}$ $\forall \varepsilon > 0 \ \exists \delta(\varepsilon)$ úh $\forall x \in H$ $x \neq x_0$ $|x - x_0| < \delta(\varepsilon) \Rightarrow |f(x) - y_0| < \varepsilon$