Baar-Hiller lemma

- **Tétel:** Amennyiben van egy L nyelv, és egy A(K,V, δ, q_0, F) véges automata, amely az L nyelvet felismeri $\Rightarrow$ létezik egy n pozitív egész szám, hogy ha létezik olyan korlát $\alpha \in L$ szó, hogy $L(\alpha) \geq n$, akkor korlátnál hosszabb szót választunk igazak az alábbiak: az α szónak létezik olyan $\alpha = \beta\omega\gamma$ felbontása ($L(\beta\gamma) \leq n$, $L(\omega) \geq 1$), hogy $\forall i \geq 0$ esetén az $\beta\omega^i\gamma \in L$.

nem minimális felbontás

Biz: Mivel létezik ilyen véges automata, legyen az ő belső állapotainak száma n. Ebben az esetben az automatának n belső állapota van, de ha betápláljuk azt az α szót (amely a nyelvnek eleme, így az automata elfogadja), akkor a felismerés közben az automata egy belső állapotot legalább kétszer kell felvennie.

nem kell biz!

Számítási kapacitás

- **Def.**: Egy adott (azonos) típusú automaták halmazát **absztrakt géposztálynak** nevezzük.

Def.: Egy absztrakt géposztály **számítási kapacitása** azon formális nyelvek halmaza, amelyet a géposztály valamely automatája felismer.

Tétel: A nemdeterminisztikus véges automataosztály és a determinisztikus véges automata osztály számítási kapacitása megegyezik.

Tétel: A véges automataosztály számítása kapacitása megegyezik a reguláris nyelvek osztályával.

Biz. $\Leftarrow$ **:** Adott egy véges automata, amely egy nyelvet felismer.

Vegyük a δ függvény definícióját. q_0 helyébe az S-t írjuk, q_1, q_2, ..., q_n helyében pedig pl. S_1, S_2, ..., S_n nemterminális jeleket (így pont annyi nemterminális jelünk lesz, ahány belső állapotunk van). Ha a δ valamely sora $(q_n, a) \rightarrow q_m$ alakú, akkor ahhoz $S_n \rightarrow aS_m$ alakú helyettesítési szabályt kell felvenni (jobb reguláris nyelvtan). Bizonyítható, hogy a fenti szabályok alkalmazásával generált szavakat az automata felismeri, de egyéb szavakat nem.

Veremautomaták

- **A veremautomatának <u>van output szalagja</u>, melyre jeleket tud írni, és onnan leolvasni, de onnan mindig csak az <u>utoljára kiírt</u> jelet tudja visszaolvasni!**

Def.: Egy $G(K, V, W, \delta, q_0, z_0, F)$ formális hetest verem automatának nevezünk, ahol:

K: az automata belső állapotainak halmaza (véges!)

V: az input ABC (az input szalagon milyen jelek fordulhatnak elő)

W: az output ABC (a verembe írható-olvasható jelek halmaza)

δ: állapotátmeneti függvény, $\delta \subseteq \mathbf{Kx(V \cup \{\varepsilon\})xW \rightarrow KxW*}$

$q_0 \in$ K: speciális belső állapot, a kezdőállapot

$z_0 \in$ W: speciális veremABC-beli jel, „verem üres” szimbólum

$F \subseteq$ K: befejező állapotok halmaza

Működési ciklusa

Induláskor:

1. az automata q_0 kezdő állapotban van
2. a veremben csak egy jel van, a z_0
3. az input szalagon az input szó jelei vannak felírva, balról-jobbra feltöltve, folytonosan.
4. az olvasó fej az input szalag legbaloldalibb cellája fölött áll

Működési ciklus:

5. az olvasó fej vagy olvas az input szalagról, vagy nem
6. a veremből mindig olvassa a verem tetején levő jelet
7. ezen „input" jelek, és az aktuális belső állapot ismeretében, a δ függvényben megfogalmazottak szerint újabb belső állapotba vált, és a verembe egy <u>szót</u> ír
8. amennyiben olvasott az input szalagról, az olvasó fejet lépteti egyel jobbra

Megállás:

9. az automata megáll, ha az olvasó fej lelép a szalagról (jobbra)

Megj.: Amennyiben az automata megáll, meg kell vizsgálni, hogy milyen az aktuális állapota. Amennyiben az F-beli (elfogadó) állapot, akkor az automata a szót elfogadja. *A megállás és elfogadás-t még később pontosítjuk.*

Megj.: Mivel az automata nem minden cikluslépésben olvas egy jelet az input szalagról, e miatt nem mindig lépteti az olvasó fejet, ezért az automata nem biztos, hogy megáll n lépés végrehajtása után.

Megj.: A δ függvény egy háromváltozós függvény. Egy aktuális állapot (K), egy input jel (V) vagy nem olvasás esetén ε, és egy input jel a veremből (W) alapján megadja, hogy milyen új állapotba (K) lépjen, és mit írjon vissza a verembe ($W*$). Ezért $\delta \subseteq Kx(V \cup \{\varepsilon\})xW \rightarrow KxW*$

Megj.: A δ ezen esetben is lehet parciális, illetve teljes, valamint lehet nemdeterminisztikus ill. determinisztikus is. A fenti esetek kezelése lényegében megegyezik a véges automaták eseteivel.

Def.: Egy $G(K, V, W, \delta, q_0, z_0, F)$ verem automata egy L nyelvet felismer, ha minden $\alpha \in L$-re az automata megáll, és a szót felismeri, és minden $\beta \notin L$-re az automata a szót elutasítja.

Def.: Egy $G(K, V, W, \delta, q_0, z_0, F)$ verem automata által felismert szavakból alkotott L nyelvet az automata által felismert nyelvnek nevezzük.

Def.: Egy $G(K, V, W, \delta, q_0, z_0, F)$ verem automata egy $G'(K', V, W', \delta', q_0', z_0', F')$ automatával ekvivalens, ha ugyanazt a nyelvet ismeri fel.

Tétel: Egy G(K, V, W, δ, q_0, z_0, F) **parciális** verem automatához mindig konstruálható olyan G'(K', V, W', δ', q_0', z_0', F') **teljes** véges automata úgy, hogy a két automata **ekvivalens**.

Tétel: Egy G(K, V, W, δ, q_0, z_0, F) nemdeterminisztikus verem automatához mindig konstruálható olyan G'(K', V, W', δ', q_0', z_0', F') determinisztikus verem automata úgy, hogy a két automata **ekvivalens**.

Megj.: A fenti két tétel értelmében tehát minden automata visszavezethető teljes és determinisztikus működésre.

Automata konfigurációja

Def.: Egy G(K, V, W, δ, q_0, z_0, F) verem **automata konfigurációja** egy (α, q, β) formális hármas, ahol α az input szalagon még hátra levő szó, q az aktuális belső állapot, β a veremben levő szó.

Megj.: Hogy miért ez az automata konfigurációja? Ugyanazon elv alapján mint a véges automatáknál. Amennyiben a fenti három információt ismerjük, úgy a verem automata adott időpillanatban levő teljes képét ismerjük.

Megj.: Az automata induláskori konfigurációja (ω, q_0, z_0), ahol ω a teljes input szó.

- Az automata feldolgozás közbeni köztes konfigurációja valamely (α, q, β) ahol α az ω szuffixuma.

  Normál működés végi (záró) konfigurációja (ε, q', β').

Def.: Egy G(K, V, W, δ, q_0, z_0, F) véges automata egy ω input szót **elfogad** (felismer), ha **létezik olyan** lépéssorozat, amelynek során a δ leképezés véges sokszori alkalmazása révén az automata induló konfigurációja (ω,q_0,z_0) **átvihető** az (ε,q',β') záró konfigurációba, és **q'$\in$F**. Ellenkező esetben az automata az input szót **elutasítja**.

Megj.: A fenti definíció megint csak megfelelő a δ minden működési módjára.