

Tételek

Tétel: A $G(V,W,S,P)$ egy bal reguláris nyelvtan \Leftrightarrow ha létezik $G'(V,W',S',P')$ jobb reguláris nyelvtan, hogy $L(G)=L(G')$.

Def.: Egy K nyelv i típusú ($i \in \{0, 1, 2, 3\}$), ha létezik olyan $G(V,W,S,P)$ generatív grammatika, amelyre $L(G)=K$, és G szabályrendszere i . Chomsky osztályú. Jele: K^i .

Megj.: Pl: K^2 értelmezése: K egy környezetfüggetlen nyelv, mert létezik olyan grammatika, amely 2. Chomsky osztályú, és a K nyelvet generálja.

Megj.: Mivel egy nyelvhez több generáló nyelvtan is tartozhat, azok elképzelhető, hogy különböző Chomsky osztályba tartoznak. Ezért a K^2 olvasata: K legalább környezetfüggetlen nyelv. De ha felfedezünk egy olyan nyelvtant, amely reguláris, és ugyanezt a nyelvet generálja, akkor K -ról be lehet bizonyítani, hogy reguláris nyelv. Minél nagyobb sorszámú osztályba tudunk sorolni egy nyelvet, annál egyszerűbb a nyelvtan, annál egyszerűbb a nyelv.

Megj.: Megfigyelhetjük, hogy a generáló nyelvtanok szabályaira egyre szigorúbb megkötések vannak, de a megkötések nem ütik egymást. Pl. ha egy szabályrendszer megfelel a 2. osztály megkötéseinek, akkor megfelel az 1. és a 0. osztály megkötéseinek is (azok megengedőbbek). Ezért $L^3 \subseteq L^2 \subseteq L^1 \subseteq L^0$ állítás igaz.

Tétel: Ha egy L nyelv $i \in \{0, 1, 2, 3\}$ típusú $\Rightarrow L \in \{\varepsilon\}$ és $L \setminus \{\varepsilon\}$ is i típusú.

Megj.: Vagyis abban, hogy egy nyelv milyen osztályú, az ε -nak nincs semmilyen szerepe.

Tétel: Ha L_1 és L_2 reguláris nyelv $\Rightarrow L_1 \cup L_2$ is reguláris.

Tétel: Ha L_1 és L_2 reguláris nyelv $\Rightarrow L_1 \cap L_2$ is reguláris.

Tétel: Ha L_1 és L_2 reguláris nyelv $\Rightarrow L_1 * L_2$ is reguláris.

Tétel: Ha L reguláris nyelv $\Rightarrow L_1^*$ is reguláris.

Tétel: Minden véges nyelv 3-as típusú (reguláris).

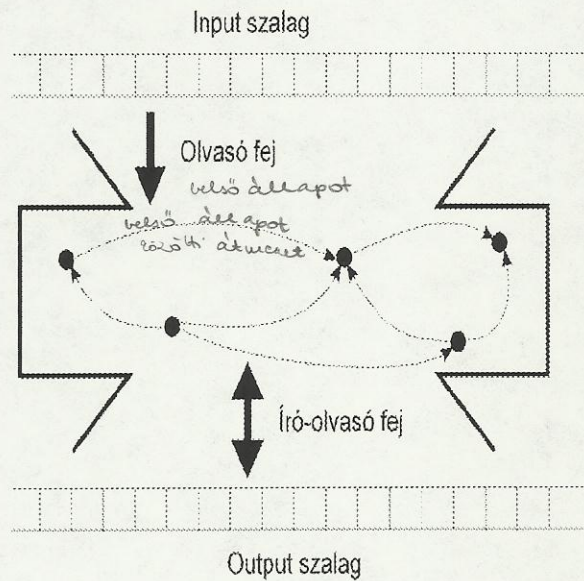
Tétel: Létezik olyan 3-as típusú (reguláris) nyelv, amely nem véges.

Automaták

- Olyan konstrukció, amely arra való, hogy egy grammatika és egy szó viszonyát meghatározza – a szó helyes-e, vagyis az adott grammatika képes-e a szót generálni.

Minden automatának van:

- **input szalagja** *bemenő adat*
- **olvasó fej** *az input szalagról adatokat olvas*
- **output szalagja** *kimenő adat*
- **belső állapotai** *mintán holvaskunak továbblépések.*



- *legegyszerűbb esetben olvasó irányban mozog*

Fq-nyel adja meg!

Véges automaták

Def.: Egy $G(K, V, \delta, q_0, F)$ formális ötöst véges automatának nevezünk, ahol:

K : az automata belső állapotainak halmaza (véges!)

V : az input ABC (az input szalagon milyen jelek fordulhatnak elő)

δ : állapotátmeneti függvény, $\delta \subseteq K \times V \rightarrow K$

$q_0 \in K$: speciális belső állapot, a kezdőállapot

$F \subseteq K$: befejező állapotok halmaza

↳ ha ebben az állapotban fejez be a működését \Rightarrow végigolvasta és elfogadta az inputszalagon lévő szót

↳ ha nem ebben az állapotban fejez be \Rightarrow végigolvasta, de nem fogadta el

σ : bemenő adatok halmazán kimenő adatot deklarál

↳ ha a σ nem teljes (nincs minden lehetségre válasz adva \Rightarrow parciális σ) megáll az automata \Rightarrow nem működik tovább.

Működési ciklusa

● Induláskor:

1. az automata q_0 ^{belső állapot} kezdő állapotban van
2. az input szalagon az input szó jelei vannak felírva, balról-jobbra feltöltve, folytonosan. *amely a cella, ahonnan az input nő át.*
3. az olvasó fej az input szalag legbaloldalibb cellája fölött áll

Működési ciklus:

4. az olvasó fej beolvassa az aktuális jelet az input szalagról *megvan a δ függvény paramétere*
5. ezen jel, és az aktuális ^{belső állapot} ismeretében, a δ függvényben megfogalmazottak szerint újabb ^{belső állapot} állapotba vált
6. az olvasó fejet lépteti egyet jobbra

● Megállás:

7. az automata megáll, ha az olvasó fej lelép a szalagról (jobbra)

Megj.: Amennyiben az automata megáll, meg kell vizsgálni, hogy milyen az aktuális állapota. Amennyiben az F-beli (elfogadó) állapot, akkor az automata a szót elfogadja. A megállás és elfogadás-t még később pontosítjuk. *Ha nem olyan állapot \rightarrow elutasítja az adott szót*

Megj.: Mivel az automata minden cikluslépésben olvas egy jelet az input szalagról, és mindig jobbra lép, ezért az automata biztosan megáll n lépés végrehajtása után.

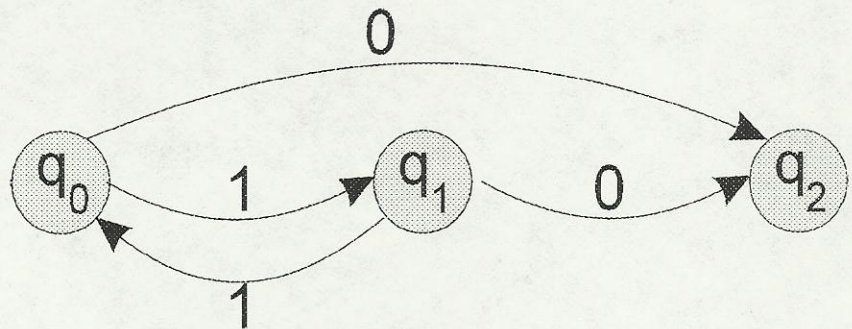
Megj.: A δ függvény egy kétváltozós függvény. Egy aktuális állapot (K) és egy input jel (V) alapján megadja, hogy milyen új állapotba (K) lépjen. $\delta \subseteq K \times V \rightarrow K$.

A δ függvény megadható:

táblázattal

δK	V	K
q_0	0	q_2
q_0	1	q_1
q_1	0	q_2

gráffal



belső állapot > azaz a saját
input jel halmaságból
származhat

- A feltétel, h. q_0 -ból indulunk, de van lehetőség arra, h. q_2 -ből induljunk és 0-jelt kapva q_0 -ba kerüljünk.

- Ha a δ függ.-t kifejező leírás, listás, h. megadta (az olvasófej egyet lép \rightarrow végigér és megadta (lép az olvasófej))

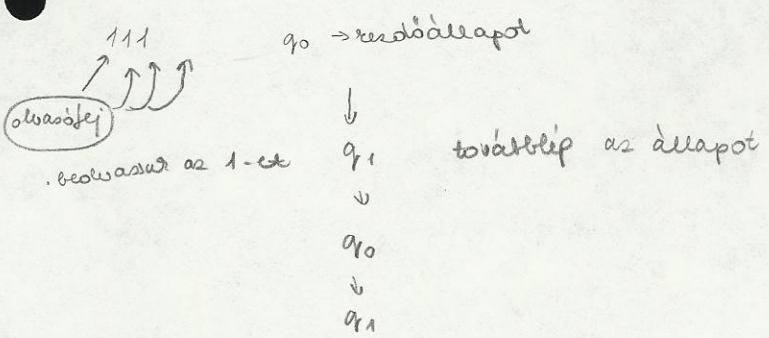
HÉ: 150/3.1.2.

Példa: (8. feladat): $P := \{ S \rightarrow 1A, A \rightarrow 1S, S \rightarrow 1 \}$ a nyelv grammatikája (páratlan számú 1-esből álló szavak). Feladat, olyan automatát konstruálni, amely a generálás szabályainak megfelelő szavakat elfogadja, a többit elutasítja.

$K := \{ q_0, q_1 \}, V := \{ 1 \}, F := \{ q_1 \}$.

δ	K	V	K
	q_0	1	q_1
	q_1	1	q_0

Példa: input szó: 111 (q_1 : elfogadás)
input szó: 1111 (q_0 : nem elfogadás) *elutasító állapotban áll meg.*



\hookrightarrow ilyenkor lép az input szavából megáll. \Rightarrow elfogadja a szót

Ha 4 db 1-et adunk meg, a megálláskor a kezdő állapot $q_0 \rightarrow$ az nem befutó állapot \Rightarrow nem fogadja el, és nem tagja sem a bizonyos formális nyelvnek.

Példa: (9. feladat): $P := \{ S \rightarrow 1A, A \rightarrow 1B, A \rightarrow 1, B \rightarrow 1B, B \rightarrow 0B, B \rightarrow 0, B \rightarrow 1 \}$ a nyelv grammatikája (legalább két 1-essel kezdődő szavak). Feladat, olyan automatát konstruálni, amely a generálás szabályainak megfelelő szavakat elfogadja, a többit elutasítja.

$K := \{ q_0, q_1, q_2 \}, V := \{ 0, 1 \}, F := \{ q_2 \}$ → elfogadó állapot

δ	K	V	K
	q_0	1	q_1
	q_1	1	q_2
	q_2	1	q_2
	q_2	0	q_2

→ input abc

Példa: 11010 (q_2 : elfogadás)

Példa: 01101 (parciális működés → nem elfogadás)

A fentihez hasonló esetekben, amikor a δ nem minden eshetőségre ad egyértelmű lépést, úgy a δ leképezést **parciálisnak** (részlegesnek) nevezzük. Ellenkező esetben δ -t **teljesnek** nevezzük.

- ut q_2 → ha a szó elején nem 2 egyes van.
- a q_0 nem határozza meg q_0 és q_1 +t. (nem legyen a belső állapot)
- ha 0-val kezdődik a szó, azonnal megáll → parciális működés miatt áll meg → nem fogadja el.