

8. tétel

Irreducibilis és prímpolinom fogalma. A polinom-elmélet alaptétele, egyértelmű irreducibilis faktorizáció $T[x]$ -ben.

Def.: Az $f(x)$ legalább elsőfokú ($f^{\circ} \geq 1$), $T[x]$ -beli polinomot irreducibilisnek nevezzük, ha nincs valódi osztója, azaz, ha $g(x) \in T[x]$ és $g(x) \mid f(x)$, akkor vagy $g(x) \sim 1$, vagy $g(x) \sim f(x)$. Ellenkező esetben $f(x)$ -et reducibilis polinomnak nevezzük.

Def.: Az $f(x)$ legalább elsőfokú ($f^{\circ} \geq 1$), $T[x]$ -beli polinomot prímszer nevezzük, ha $\nexists g(x), h(x) \in T[x]$ esetén az $f(x) \mid g(x)h(x)$ és $f(x) \nmid g(x)$ feltételből $f(x) \mid h(x)$ következik.

$T[x]$ -ben is „fedik egymást” a két definíció.

Tétel: $T[x]$ -ben egy polinom \Leftrightarrow irreducibilis, ha prímszer.

Tétel: (Egyértelmű irreducibilis faktorizáció tétele = a polinomelmélet alaptétele)

Minden legalább elsőfokú $T[x]$ -beli $f(x)$

($f^{\circ} \geq 1$) polinom - a konstansok szorzatától és

asszociáltságtól eltekintve - egyértelműen írható

fel véges sok $T[x]$ -beli irreducibilis (prím) polinom

szorzataként. (Speciálisan az egy konstans

szorzat is megengedett.)