

Szigorlati tematika Algebra és Számelmélet c. tantárgyból
nappali és levelező tagozaton

- 1 A 1. A reláció fogalma. Adott halmazon értelmezett reláció tulajdonságai. Osztályozás, ekvivalencia-
osztályok, faktorhalmaz.
- 2 A 2. A leképezés fogalma, speciális leképezések, leképezések szorzása, inverzleképezés. Rendezett halma-
zok.
- 3 A 3. Halmazok számossága. A természetes szám mint számosság, műveletek természetes számokkal;
rendezés. Teljes indukció.
- 4 A 4. A komplex számok teste. Műveletek algebrai alakú komplex számokkal. Komplex szám konjugáltjá-
nak és abszolút értékének fogalma és tulajdonságai.
- 5 A 5. Komplex számok trigonometriai alakja. Műveletek trigonometriai alakú komplex számokkal. Gyök-
vonás, egységgyök.
- 6 A 6. A test fölötti polinom fogalma. A $T[x]$ polinomgyűrű. Az oszthatóság fogalma és tulajdonságai
 $T[x]$ -ben.
- 7 A 7. A maradékos osztás és az euklideszi algoritmus $T[x]$ -ben. A legnagyobb közös osztó és a legkisebb
közös többszörös fogalma és tulajdonságai $T[x]$ -ben.
- 8 A 8. Irreducibilis és prím polinom fogalma. A polinomelmélet alaptétele, egyértelmű irreducibilis faktori-
záció $T[x]$ -ben.
- 9 Irreducibilis polinomok a komplex, a valós és a racionális együttthatós polinomok gyűrűjében. 28-29
- 10 A 10. Az algebrai egyenlet fogalma. Ruffini-Abel tétele, az algebra alaptétele. Összefüggés az algebrai
egyenletek gyökei és együttthatói között; a gyöktényező alak.
- 11 A 11. Komplex és valós együttthatós másod- és harmadfokú egyenletek.
- 12 A 12. Negyedfokú egyenletek. Alacsonyabb fokúra redukálható algebrai egyenletek. Két egyenlet közös
gyökei, egy egyenlet többszörös gyökei. Reciprokegyenlet.
- 13 A 13. A mátrix fogalma. Műveletek mátrixokkal. *homogén, spec. mátrix.*
- 14 A 14. A determináns fogalma és elemei tulajdonságai.
- 15 A 15. Determináns kifejtése. Laplace tétele. Determinánsok szorzatára bomló determináns. Determinán-
sok szorzása.
- 16 A 16. A mátrix inverze; a mátrix rangja. A mátrix elemi sor- és oszlopátalakításai.
- 17 A 17. Lineáris egyenletrendszerekről. A lineáris egyenletrendszer megoldhatósága, a megoldások száma.
Gauss módszere. A homogén egyenletrendszerek. Cramer-szabály.
- 18 A 18. T test fölötti n -dimenziós vektortér. Vektorok lineáris kombinációja, lineáris függősége. Vektor-
rendszerek, vektorrendszerek lineáris függősége és függetlensége.
- 19 A 19. Vektortér dimenziója, vektorrendszer rangja. A lineáris függőség alaptétele, vektorrendszerek ekvi-
valenciája.
- 20 A 20. Generátorrendszerek, bázisok, lineáris független vektorrendszerek.
- 21 A 21. Alterek, Alterek metszete, összege, direkt összege, dimenziója.
- 22 A 22. Mátrixok rangszám-tétele. Lineáris egyenletrendszerek és mátrixok. Lineáris egyenletrendszerek és
vektorok.
- 23 A 23. A vektortér lineáris leképezései és transzformációi. Izomorf vektorterek. Műveletek lineáris leképe-
zésekkel és transzformációkkal.

2. ~~24~~ Lineáris leképezések képtere, rangja és magja. Lineáris leképezés mátrixa.
1. ~~25~~ Felcsoport, csoport, kitüntetett elemek (neutrális elem, inverz elem). Végés és végtelen csoport. Permutáció-csoportok, Cayley-tétele. *Telmoleg u-csereadi csoport izomorfia-csoport permutáció-csoporttal.*
2. ~~26~~ Kompatibilis osztályozás, részcsoporthok, generátor-rendszer, ciklikus csoport. Mellékosztályok, index, Lagrange-tétel. *Végés részcsoporthok rangja és indexe mindig a csoport rendjének osztója $|G| = |M| \cdot [G:M]$*
3. ~~27~~ Normális részcsoporthok, faktorcsoport, homomorfizmus-tétel. *Ha a G csoport egy G' csoportra való homomorfizmus és N a homomorfizmus magja $\Rightarrow G' \cong G/N$*
4. ~~28~~ Direkt szorzat (belső és külső).
5. ~~29~~ Ideálok és tulajdonságaik.
6. ~~30~~ Homomorfizmus, izomorfizmus. Izomorfizmus tételek. *(h2-h3)*
7. ~~31~~ Beágyazási tételek.
1. ~~32~~ Maradékos osztás, euklidészi algoritmus Z-ben. Oszthatóság fogalma, tulajdonságai. Legnagyobb közös osztó, legkisebb közös többszörös. Irreducibilis, illetve prímelem. Számelmélet alaptétele és következményei.
2. ~~33~~ A kongruencia fogalma, tulajdonságai. Maradékosztályok. Teljes, illetve redukált reprezentáns rendszerek. A $(\mathbb{Z}/m, +, \cdot)$ gyűrű, illetve $(\mathbb{Z}/p, +, \cdot)$ test. Wilson-tétel.
3. ~~34~~ A ϕ függvény. Euler-Fermat-tétel. A kis Fermat-tétel. Pseudoprím számok.
4. ~~35~~ Lineáris kongruencia, illetve kongruenciarendszerek. Magasabb fokú algebrai kongruenciák. *67-77*
5. ~~36~~ Prímmodulusú kongruenciák. Fokszám tétel, König-Rados-tétel. Binom kongruenciák, rend, illetve primitív kongruencia gyök. Index. *76-90*
3. ~~37~~ Binom kongruenciák megoldása index-táblázattal. Kvadratus kongruenciák (mod p). Euler-lemma, Gauss-lemma, Legendre-szimbólum. Gauss-féle reciprocitás tétel. *90-105*
7. ~~38~~ A prímszámelmélet elemei. $\sum \frac{1}{p}$ divergenciája, Dirichlet tétel (bizonyítás spec. esetekben).
8. ~~39~~ $\pi(x)$ becslése, p_n becslése és a Bertrand posztulátum. Sejtések prímszámokkal kapcsolatban.
9. ~~40~~ Multiplikatív és additív számelméleti függvények. Nevezetes számelméleti függvények multiplikativitása, illetve additivitása. *111-117* *(23-34)*
10. ~~41~~ Tökéletes, illetve barátságos számok. Összegezési, illetve megfordítási függvények. A Dirichlet-féle konvolúciós szorzás. *117-125*
11. ~~42~~ A d függvény értékészletére vonatkozó tételek. Számelméleti függvények átlagérték függvénye. A d középérték függvénye.
12. ~~43~~ Diofantikus egyenletek. Lineáris diofantikus egyenletek. Nevezetes diofantikus problémák. A Fermat-féle problémakör. Pitagorászi számhármak; a "descente infini" módszer bemutatása az $x^4 + y^4 = z^4$ egyenlet kapcsán.
13. ~~44~~ Diofantikus approximáció. A Pell-egyenlet.

Eger, 2003. szeptember 5.